

Nr. 76

**Mindestrenditerestriktionen
für die Kapitalanlage von
Lebensversicherungsunternehmen:
Quantifizierung und Konsequenzen
für die Kapitalanlagepolitik**

Thomas G. Stephan

Universität Mannheim

Mannheim 1995

solche negativen Ereignisse der einperiodige Ruin, die Nichtgewährung der Direktgutschrift, die Nichterreichung der erforderlichen Rückgewährquote und die Kürzung der Überschußanteilssätze untersucht. Diese durch das System von garantierten Mindestleistungen und Überschußbeteiligungen bedingten institutionellen Besonderheiten beziehen sich auf die traditionellen Produkte, so daß die speziellen Anlagestöcke, welche nach § 54b I und II VAG zu bilden sind, und die entsprechenden Anteile an der Deckungsrückstellung von den übrigen bilanziellen Größen gedanklich separiert werden müssen.

2.2 Einperiodiger Ruin

Hiermit ist die allerletzte "Verteidigungslinie" eines Versicherungsunternehmens angesprochen. Der Terminus Ruin soll den Sachverhalt beschreiben, daß ein Jahresfehlbetrag auftritt, welcher das vorhandene Sicherheitskapital übersteigt. Als Sicherheitskapital soll dabei das nicht in Betriebs- oder Geschäftsausstattung gebundene Eigenkapital inklusive aller stillen Reserven, die nicht dem Kapitalanlagebereich zuzuordnen sind¹⁾ verstanden werden.

Im folgenden wird von der Abstraktion ausgegangen, daß finanzielle Zu- und Abflüsse in dem betrachteten LVU nur zu Periodenanfang und -ende auftreten und daß eine einheitliche Periodenrendite existiert. Als natürliche Zeiteinheit der Periode bietet sich für die kritischen Niveaus bezüglich des Kapitalanlageerfolgs das Geschäftsjahr an, da dieses die kleinste Zeiteinheit der externen Rechnungslegung darstellt.

Zur Formalisierung werden die folgenden Bezeichnungen verwendet:

B_0 : der Buchwert sämtlicher Kapitalanlagen des LVU zum Zeitpunkt 0 ,
welche nicht in speziellen Anlagestöcken gebunden sind

1) Es ist sinnvoll, die stillen Reserven des Kapitalanlagebereichs getrennt zu behandeln, da diese in den renditeerzeugenden Prozeß eingebunden sind. Prinzipiell wird also der Eigenkapitalbegriff in seiner allgemeinen Form als "positive Differenz zwischen dem gesamten Vermögen und der Summe aller vom Unternehmen eingegangenen Verbindlichkeiten" verwendet, vgl. etwa Fuß (1973), S. 50.

- ZK_0 : das Kapital, auf das der Rechnungszins anzuwenden ist (zur Vereinfachung unterstellen wir, daß bei der Überschußverwendung ein reines Bonussystem vorliegt, so daß hier im wesentlichen die Deckungsrückstellung - unter Ausschluß der Beträge, welche mit speziellen Anlagestücken korrespondieren - zuzüglich der Sparanteile der Prämie für das laufende Geschäftsjahr anzusetzen ist)
- r_z : der Rechnungszins
- R_{b1} : die bilanzielle Rendite²⁾ auf den Buchwert der Kapitalanlagen im auf den Zeitpunkt 0 folgenden Geschäftsjahr (dem Geschäftsjahr 1 der Planung)
- \ddot{U}^K_1 : das Ergebnis aus Kapitalanlagen, welches sich gemäß der Zerlegung des Rohüberschusses vor Abzug der Direktgutschrift im Geschäftsjahr 1 der Planung ergibt
- \ddot{U}^R_1 : das Risikoergebnis im Geschäftsjahr 1 der Planung
- \ddot{U}^S_1 : das zusammengefaßte Ergebnis aus den übrigen Ergebnisquellen
- $FRfB_0$: der freie Teil der Rückstellung für Beitragsrückerstattung³⁾
- SK_0 : das Sicherheitskapital im Zeitpunkt 0 (im Sinne der obigen Abgrenzung, welche von den stillen Reserven nur den Teil einbezieht, der nicht dem Kapitalanlagebereich zuzurechnen ist⁴⁾)

Mit diesen Bezeichnungen wird der einperiodige "Ruin" dann vermieden, wenn gilt⁵⁾:

2) Damit ist nicht eine buchhalterische Abgrenzung der Rendite (wie z.B. die "Verbandsformel") gemeint, sondern die Rendite, welche sich durch Vergleich der Summe der Bilanzwerte sämtlicher Kapitalanlagen am Periodenende mit dem entsprechenden Wert am Periodenanfang ergibt.

3) Die im Rahmen der Vorausdeklaration gebundenen Anteile werden im Rahmen der Überschußbeteiligung während des nächsten Geschäftsjahres ausgeschüttet, so daß sie auf keinen Fall am Jahresende zur Verfügung stehen. Der Schlußüberschußanteilsfonds kann jedoch u. U. zur Verlustabdeckung herangezogen werden, da in den Geschäftsplänen regelmäßig ein entsprechender Vorbehalt besteht. In diesem Fall ist der Schlußüberschußanteilsfonds zusätzlich zur freien RfB hier zu berücksichtigen.

4) Die stillen Reserven innerhalb der Kapitalanlagen werden weiter unten im Rahmen der Analyse der Zusammenhänge zwischen ausgewiesener buchhalterischer Rendite und "tatsächlich" erzielter Rendite (nach Marktwerten) berücksichtigt.

5) Satzungsgemäße Zinsen auf die "Verbindlichkeiten gegenüber Versicherungsnehmern" bei verzinslicher Ansammlung der Überschußanteile bleiben unberücksichtigt, da sie mit dem im Rahmen der Vorausdeklaration gebundenen Teil der RfB übereinstimmen und somit saldiert werden können. Weiterhin wurde

$$\begin{aligned} \dot{U}_1^K + \dot{U}_1^R + \dot{U}_1^S &\geq -FRfB_0 - SK_0 \leftrightarrow \\ B_0 \cdot R_{bl} - ZK_0 \cdot r_z &\geq -\dot{U}_1^R - \dot{U}_1^S - FRfB_0 - SK_0 \leftrightarrow \\ R_{bl} &\geq \frac{ZK_0}{B_0} \cdot r_z - \frac{\dot{U}_1^R + \dot{U}_1^S}{B_0} - \frac{FRfB_0}{B_0} - \frac{SK_0}{B_0} . \end{aligned} \quad (1)$$

Die Ausdrücke rechts des Gleichheitszeichens stehen entweder im Zeitpunkt der Planung bereits fest oder können (im Fall von \dot{U}_1^R und \dot{U}_1^S) zumindest mit einem wesentlich höheren Sicherheitsgrad als der Kapitalanlageerfolg geplant werden, so daß sich tatsächlich im Zeitpunkt 0 ein kritisches Niveau der buchhalterischen Rendite angeben läßt.

Nun sollen die (oftmals bedeutenden) stillen Reserven im Kapitalanlagebereich berücksichtigt werden. Wir bezeichnen den Marktwert der gesamten Kapitalanlagen des LVU nach dem ersten Geschäftsjahr der Planung, aber eine logische Sekunde vor dem Abgang der Vermögenswerte aufgrund der Auszahlungen an die Versicherten, mit M_1 ⁶⁾. Entsprechend schreiben wir für den Buchwert sämtlicher Kapitalanlagen und für die stillen Reserven in den Kapitalanlagen zu diesem Zeitpunkt B_1 bzw. S_1 ⁷⁾. Die tatsächliche Rendite auf die Marktwerte sei R_1 . Damit gilt:

vernachlässigt, daß bei dem Ergebnis aus Kapitalanlagen unter den rechnungsmäßigen Zinsen auch die Zinsen auf Pensionsrückstellungen erfaßt werden. (Die Pensionsrückstellungen betragen im Branchendurchschnitt weniger als 1% der Versicherungstechnischen Rückstellungen.)

6) Der entsprechende Wert nach Abgang der Auszahlungen wird im weiteren noch benötigt und mit M_1 bezeichnet.

7) Hierbei soll annahmegemäß $S_1 = S_1$ gelten, was bedeutet, daß durch die Auszahlungen am Jahresende keine weiteren stillen Reserven realisiert werden müssen. In der Praxis fallen die Auszahlungen an die Versicherten über das Geschäftsjahr verteilt (und nicht punktuell am Jahresende) an, so daß die unschöne Unterscheidung zwischen S_1 und S_1 nur in dem Modell-LVU nötig ist.

$$\begin{aligned}
 M_1' &= B_1' + S_1' = (B_0 + S_0) \cdot (1 + R_1) \Leftrightarrow \\
 B_0 \cdot (1 + R_{bl}) + S_1 &= (B_0 + S_0) \cdot (1 + R_1) \Leftrightarrow \\
 R_{bl} &= \frac{(B_0 + S_0) \cdot (1 + R_1) - S_1 - B_0}{B_0} \Leftrightarrow \quad (2) \\
 R_{bl} &= R_1 + \frac{S_0 \cdot (1 + R_1) - S_1}{B_0} .
 \end{aligned}$$

Die letzte Gleichung liefert die Beziehung zwischen der bilanziellen Rendite und der tatsächlichen Rendite in Abhängigkeit von der Veränderung der stillen Reserven. Beachten wir, daß durch Verkauf der Anlageobjekte zum Marktwert (eventuell mit anschließendem Rückkauf) eine maximale Reduktion der stillen Reserven auf Null erfolgen kann, so ergibt sich aus (1) und (2), daß der "Ruin" gerade noch vermieden werden kann, wenn bezüglich der tatsächlichen Kapitalanlagerendite gilt:

$$R_1 + \frac{S_0 \cdot (1 + R_1)}{B_0} \geq \frac{ZK_0}{B_0} \cdot r_z - \frac{\dot{U}^R_1 + \dot{U}^S_1}{B_0} - \frac{FRfB_0}{B_0} - \frac{SK_0}{B_0} . \quad (3)$$

Hieraus folgt für das kritische Niveau bezüglich des einperiodigen Ruins:

$$L(ER) := \left[\frac{ZK_0}{B_0} \cdot r_z - \frac{\dot{U}^R_1 + \dot{U}^S_1 + FRfB_0 + SK_0 + S_0}{B_0} \right] / \left[1 + \frac{S_0}{B_0} \right] . \quad (4)$$

Um einen Anhaltspunkt dafür zu erhalten, in welchem Bereich dieses kritische Niveau angesiedelt ist, werden folgende Zahlenwerte angenommen:

$$ZK_0/B_0 : 1^8)$$

$$\dot{U}^R/B_0 : 0,0112^9)$$

$$\dot{U}^S/B_0 : -0,0024$$

8) Dies ist selbstverständlich eine Approximation von der sicheren Seite; dieser Quotient dürfte bei den meisten Lebensversicherungsunternehmen eher bei 0,95 liegen.

9) Dieser und der folgende Wert wurden aus den Angaben des BAV über die Ergebnisquellen und die gesamten Kapitalanlagen der Lebensversicherungen im Geschäftsbericht für das Jahr 1991 berechnet.

$$RfB_0/B_0 : 0,0764^{10)}$$

$$r_z : 0,035$$

Für das Verhältnis des Sicherheitskapitals (ohne stille Reserven in den Kapitalanlagen) zu den gesamten Kapitalanlagen werden 2% veranschlagt; das Verhältnis von stillen Reserven im Kapitalanlagebereich zu gesamten Kapitalanlagen sei 10%. Unter diesen Umständen beträgt das kritische Niveau gemäß (4) -15,545%. Wie man leicht sieht, sind die maßgeblichen Einflußgrößen das Verhältnis von den stillen Reserven im Kapitalanlagebereich zum Buchwert der gesamten Kapitalanlagen und das entsprechende Verhältnis der RfB (ohne vorausdeklarierte Überschußanteile) zum Buchwert der gesamten Kapitalanlagen. Je größer diese Reserven sind, umso geringer ist das kritische Niveau, bei dem der Ruin noch vermieden wird.

Im Gegensatz zu dem Fall des einperiodigen Ruins ist es wenig sinnvoll, eine Auszehrung der Mittel über einen mehrperiodigen Zeitraum in der obigen Form zu untersuchen. Die bisher verwandten Formeln sehen keine Mindestzuführung zur RfB vor und erlauben sogar einen teilweisen Rückgriff auf die RfB. In einer mehrperiodigen Betrachtungsweise ist dies nicht realistisch, da die Aufsichtsbehörde bei einer (dann gegebenen) Unterschreitung der Rückgewährquote Maßnahmen zur Auffüllung der RfB gemäß eines Rückgewährplans entsprechend § 81c I VAG verlangen wird. Mehrperiodige Aspekte spielen demgemäß bei der Analyse der Aufrechterhaltung einer Mindest-R-Quote im nächsten Abschnitt eine wichtige Rolle.

2.3 Direktgutschrift

Die Anfang 1984 eingeführte Direktgutschrift bemißt sich gemäß dem Muster-geschäftsplan von 1988 auf 5% minus dem Rechnungszinsfuß auf das Versiche-

10) Dieser Wert wurde aus der Relation von RfB zu gesamten Kapitalanlagen in der Lebensversicherungsbranche berechnet, wobei zusätzlich eingeht, daß Schlußüberschlußanteilsfonds und freie RfB im Geschäftsjahr 1991 durchschnittlich ca. 68% der Gesamt-RfB betragen, vgl. McKinsey&Co./Seuss (1993), S.12.

rungsnehmerguthaben. Dieser Satz kann mit Wirkung vom folgenden Geschäftsjahr an herabgesetzt werden, falls die Direktgutschrift in voller Höhe voraussichtlich nicht mehr erwirtschaftet werden kann. Damit hat die Direktgutschrift einen für die Kapitalanlage weniger verpflichtenden Charakter als der Rechnungszinssatz. Andererseits wären die Auswirkungen einer geschmälernten Direktvergütung auf das Image des betroffenen Unternehmens wohl so gravierend, daß dem auf die Direktvergütung bezogenen kritischen Niveau ebenfalls eine beträchtliche Bedeutung zukommt.

Da die Direktgutschrift nach dem Gesamtgeschäftsplan üblicherweise für alle kapitalbildenden Versicherungen (also beispielsweise auch für die Rentenversicherung) gewährt wird, kann die Bemessungsgrundlage für die Direktgutschrift wieder mit ZK_0 gleichgesetzt werden.¹¹⁾

Die Direktgutschrift kann erstattet werden, falls gilt:

$$\begin{aligned} \dot{U}^K_1 + \dot{U}^R_1 + \dot{U}^S_1 &\geq ZK_0 \cdot (0,05 - r_z) \Leftrightarrow \\ B_0 \cdot R_{bl} - ZK_0 \cdot r_z &\geq - \dot{U}^R_1 - \dot{U}^S_1 + ZK_0 \cdot (0,05 - r_z) \Leftrightarrow \\ R_{bl} &\geq \frac{ZK_0}{B_0} \cdot 0,05 - \frac{\dot{U}^R_1 + \dot{U}^S_1}{B_0} . \end{aligned} \quad (5)$$

Analog zu den Ableitungen im vorangegangenen Abschnitt gilt damit bei Berücksichtigung einer möglichen Auflösung von stillen Reserven im Kapitalanlagebereich für das kritische Niveau:

$$L(D) := \left[\frac{ZK_0}{B_0} \cdot 0,05 - \frac{\dot{U}^R_1 + \dot{U}^S_1 + S_0}{B_0} \right] / \left[1 + \frac{S_0}{B_0} \right] . \quad (6)$$

Mit den Annahmen des letzten Abschnittes ergibt sich ein konkreter Zahlenwert

11) Damit werden die Unterschiede durch die vergleichsweise geringen Deckungsrückstellungen vernachlässigt, welche für nicht kapitalbildenden Versicherungen (wie die Risikolebensversicherung) zu bilden sind und deshalb nicht der Direktgutschrift unterliegen.

von -5,418 %.

2.4 Jahresfehlbetrag/Rückgewährquote

Das kritische Niveau, welches Gegenstand dieses Abschnitts ist, kann aufgrund gewisser Gestaltungsmöglichkeiten entweder mit dem Ausweis eines Jahresfehlbetrags oder mit der Nichterfüllung der erforderlichen Mindest-R-Quote assoziiert werden. Die Vorschriften über die Mindestzuführung zur RfB können - bei ihrer Einhaltung - zum Ausweis eines Jahresfehlbetrags führen. Allerdings ist eine Minderzuführung zur RfB erst ex post nach Erstellung des Jahresabschlusses feststellbar. Dies führt dazu, daß Fehlentwicklungen bei der R-Quote von der Aufsichtsbehörde nicht im Ansatz verhindert werden können; ein LVU könnte also die Sanktionen im Zusammenhang mit dem Rückgewährplan im Interesse der Vermeidung eines Jahresfehlbetrages (und der entsprechenden Publizität) in Kauf nehmen. Festzuhalten bleibt, daß bei Unterschreitung des nun zu formulierenden Niveaus dem LVU in jedem Falle Sanktionen drohen, welche zu einem Imageverlust und damit zu einem schwächeren Neugeschäft führen können.

Gemäß § 81c II VAG müssen die Zuweisungen zur RfB mindestens so hoch sein, daß im dreijährigen Durchschnitt ein bestimmter Richtsatz der Rückgewährquote erreicht wird. Dieser Richtsatz wurde durch die Rückgewährquote-Berechnungsverordnung von 1984 auf 90% festgesetzt.

Die R-Quote im Geschäftsjahr 1 der Planung (RQ_1) ergibt sich mit

VG_0 : Versicherungsnehmer Guthaben im Zeitpunkt 0 (Summe der versicherungstechnischen Rückstellungen und der Verbindlichkeiten gegenüber Versicherungsnehmern)¹²⁾

12) Hierbei sind die Forderungen an Versicherungsnehmer für geleistete, rechnungsmäßig gedeckte Abschlußkosten abzusetzen, dies jedoch höchstens in Höhe der RfB. Der sich als Versicherungsnehmer Guthaben ergebende Betrag entspricht bei einem Bonussystem näherungsweise dem Kapital, auf das der Rechnungszinsfuß anzuwenden ist, also gilt: $VG_0 \approx ZK_0$.

- ZRfB₁: Zuführung zur RfB im Zeitpunkt 1
RZ₁: Zinsaufwand im Geschäftsjahr 1¹³⁾
D₁: Direktgutschrift im Geschäftsjahr 1
K₁: Erträge aus Kapitalanlagen abzüglich Aufwendungen für Kapitalanlagen
R_{Gl}: Durchschnittszins für alle LVU im Geschäftsjahr 1
f₁: Normierungsfaktor im Geschäftsjahr 1
wie folgt:

$$RQ_1 = \frac{ZRfB_1 + RZ_1 + D_1}{f_1 \cdot (R_{Gl} \cdot VG_0 + \dot{U}^R_1)} \quad (7)$$

Hierbei sind Durchschnittszins und Normierungsfaktor definiert als

$$R_{Gl} = \frac{\sum K_1}{\sum VG_0} \quad (8)$$

sowie

$$f_1 = \frac{\sum ZRfB_1 + \sum RZ_1}{\sum \dot{U}^R_1 + \sum K_1} \quad (9)$$

wobei das Summenzeichen die Summierung über alle Lebensversicherungsunternehmen bezeichnet.

Die dreijährige Durchschnittsbildung, auf die der § 81 c VAG I abhebt, wird vorgenommen, indem die Summe der Zähler (die "Ist-Werte") der drei letzten R-Quoten zu der Summe der Nenner (die "Soll-Werte") in Beziehung gesetzt wird. Bezeichnen wir Zähler und Nenner mit Z_i bzw. N_i, so sind die Vorschriften bezüglich der Mindest-R-Quote im Geschäftsjahr 1 der Planung erfüllt, wenn gilt:

13) Der hier anzusetzende Betrag umfaßt im wesentlichen die rechnungsmäßigen Zinsen auf das Deckungskapital und (bei verzinslicher Ansammlung der Überschußanteile) die satzungsmäßigen Zinsen auf das Überschußguthaben.

$$\frac{Z_1 + Z_0 + Z_{-1}}{N_1 + N_0 + N_{-1}} \geq 0,9 \quad \leftrightarrow$$

$$\frac{N_1 \cdot RQ_1 + N_0 \cdot RQ_0 + N_{-1} \cdot RQ_{-1}}{N_1 + N_0 + N_{-1}} \geq 0,9 \quad . \quad (10)$$

Es wird also ein gewichtetes Mittel der R-Quoten gebildet; bezeichnet man die Gewichtungsfaktoren mit g_i , so ergibt sich:

$$g_1 \cdot RQ_1 + g_0 \cdot RQ_0 + g_{-1} \cdot RQ_{-1} \geq 0,9 \quad \leftrightarrow$$

$$RQ_1 \geq \frac{0,9}{g_1} - \frac{g_0}{g_1} \cdot RQ_0 - \frac{g_{-1}}{g_1} \cdot RQ_{-1} \quad . \quad (11)$$

In die Gewichtungsfaktoren geht der noch unrealisierte Risikoüberschuß des Geschäftsjahres 1 der Planung sowie der Durchschnittszins der Branche in diesem Geschäftsjahr ein. Da der Risikoüberschuß bei hinreichend großen Kollektiven gut planbar ist und der Durchschnittszins der Branche aufgrund der konservativen Anlagestruktur sowie der bilanziellen Glättungsmöglichkeiten in aufeinanderfolgenden Geschäftsjahren annähernd gleichbleibt, sind die Gewichtungsfaktoren ebenfalls gut planbar. Beachten wir nun, daß eine Zuführung zur RfB ohne Ausweis eines Jahresfehlbetrages höchstens in Höhe des Rohüberschusses abzüglich der Direktgutschrift möglich ist, so gilt:

$$ZRfB_1 \leq B_0 \cdot R_{b1} - RZ_1 + \dot{U}^R_1 + \dot{U}^S_1 - D_1 \quad . \quad (12)$$

Somit wird Bedingung (11) in Verbindung mit (7) zu¹⁴⁾

$$B_0 \cdot R_{b1} + \dot{U}^R_1 + \dot{U}^S_1 \geq \left(\frac{0,9}{g_1} - \frac{g_0}{g_1} \cdot RQ_0 - \frac{g_{-1}}{g_1} \cdot RQ_{-1} \right) \cdot f \cdot (R_{GI} \cdot VG_0 + \dot{U}^R_1) \quad . \quad (13)$$

Wie man erkennt, ist im Unterschied zur älteren Rückerstattungsquote die Rückgewährquote invariant gegenüber dem Vorliegen einer verzinslichen Ansammlung oder eines Bonussystems: Bei der verzinslichen Ansammlung wird der Rohüberschuß durch die satzungsgemäßen Zinsen auf das Ansammlungsguthaben ge-

14) B_0 , \dot{U}^R_1 , \dot{U}^S_1 und R_{b1} sind wieder definiert wie im letzten Abschnitt.

schmälert, dies wird jedoch durch die Berücksichtigung der satzungsgemäßen Zinsen bei dem Zinsaufwand wieder ausgeglichen. Insgesamt ergibt sich für die bilanzielle Kapitalanlagenrendite im Geschäftsjahr 1 das folgende kritische Niveau:

$$r_{bl} \geq \left(\frac{0,9}{g_1} - \frac{g_0}{g_1} \cdot RQ_0 - \frac{g_{-1}}{g_1} \cdot RQ_{-1} \right) \cdot f_1 \cdot \left(r_{GI} \cdot \frac{VG_0}{B_0} + \frac{U^R_1}{B_0} \right) - \frac{U^R_1}{B_0} - \frac{U^S_1}{B_0} \quad (14)$$

Unterschreitet R_{bl} dieses Niveau, dann wird entweder die Mindest-R-Quote nicht erreicht, oder es muß ein Jahresfehlbetrag in Kauf genommen werden.

Dem Grunde nach stellt der Durchschnittszins R_{GI} einen stochastischen Benchmark dar. In der Praxis kann man jedoch feststellen, daß der Durchschnittszins einen recht stabilen (und damit in etwa prognostizierbaren) Verlauf aufweist, was zum einen mit den Bilanzierungsmöglichkeiten und zum anderen mit der konservativen Anlagestruktur erklärbar ist. Weiterhin ist bemerkenswert, daß die großen Lebensversicherungsunternehmen durch ihre Anlagestrukturen und Stille-Reserven-Politik den Durchschnittszins und durch die Zuweisungen zur RfB den Normierungsfaktor f_1 wesentlich bestimmen. Somit wird ein Unterschreiten der Mindest-R-Quote für diese Unternehmen *ceteris paribus* weniger wahrscheinlich, als wenn es sich um kleinere Lebensversicherungsunternehmen handelt.

Nun sollen wieder die Effekte einer möglichen Auflösung der stillen Reserven untersucht werden. Bei einer maximalen Auflösung der stillen Reserven ergibt sich aus (14) in Verbindung mit (2) das kritische Niveau:

$$L(R_1) := A / \left[1 + \frac{S_0}{B_0} \right] \quad (15)$$

$$\text{mit } A := \left(\frac{0,9}{g_1} - \frac{g_0}{g_1} \cdot RQ_0 - \frac{g_{-1}}{g_1} \cdot RQ_{-1} \right) \cdot f_1 \cdot \left(R_{GI} \cdot \frac{VG_0}{B_0} + \frac{U^R_1}{B_0} \right) - \frac{U^R_1}{B_0} - \frac{U^S_1}{B_0} - \frac{S_0}{B_0}.$$

Um einen Anhaltspunkt für die Größenordnung dieses kritischen Niveaus zu erhalten, müssen außer den Annahmen des letzten Abschnitts noch konkrete Werte für die historischen R-Quoten, den projizierten Durchschnittszins der

Branche und den Normierungsfaktor eingesetzt werden. Mit

$$RQ_{-1} = RQ_0 := 0,95$$

$$R_{G1} := 0,07$$

$$f := 0,96$$

$$g_{-1} = g_0 = g_1 := 1/3$$

ergibt sich ein kritisches Niveau von -4,239 %.

Die bisherigen Überlegungen bezogen sich lediglich auf das Geschäftsjahr 1 der Planung. Es erscheint jedoch sinnvoll, die Erreichung der Mindest-R-Quote über mehrere Jahre ebenfalls als kritisches Niveau zu formulieren. Analog zu (11) ergibt sich:

$$RQ_2 + \frac{g_1}{g_2} \cdot RQ_1 \geq \frac{0,9}{g_2} - \frac{g_0}{g_2} \cdot RQ_0 . \quad (16)$$

Zur Vereinfachung wollen wir dabei von einem Lebensversicherungsunternehmen in einem "stationären Zustand" ausgehen, das heißt, durch das Neugeschäft, die Alterungsprozesse und das Ausscheiden aus dem Kollektiv ergibt sich am Ende eines Geschäftsjahres derselbe Versicherungsbestand wie am Ende des Vorjahres. Damit errechnet sich nach jedem Jahr ein Deckungskapital in identischer Höhe. Für B_t und VG_t ist dies nicht zwangsläufig der Fall, da der Kapitalanlageerfolg und die Überschußbeteiligung nicht konstant sein müssen. Bedenkt man jedoch, daß es sich bei B_t und VG_t um die Summe von Bilanzwerten handelt, so kann man bei Unterstellung einer weitgehenden Glättung durch die Stille-Reserven-Politik approximativ von unveränderten B_t und VG_t ausgehen.

Bezüglich \ddot{U}^R_t , \ddot{U}^S_t und f_t kann aufgrund ihrer im Vergleich zum Kapitalanlagebereich untergeordneten Bedeutung und geringeren Stochastizität mit konstanten Planwerten gearbeitet werden, so daß die Subskripte entfallen können. Weiterhin soll der Branchen-Durchschnittszins R_{Gt} aufgrund der Durchschnittsbildung und vor allem aufgrund der bilanziellen Glättungsmöglichkeiten für aufeinanderfolgende Jahre des Planungszeitraums als konstant unterstellt werden ($R_{Gt} =: R_G$). Mit diesen Vereinfachungen wird g_1/g_2 identisch mit 1 und es ergibt sich:

$$\frac{B_0 \cdot R_{b2} + \dot{U}^S + \dot{U}^R}{f \cdot (R_G \cdot VG_0 + \dot{U}^R)} + \frac{B_0 \cdot R_{b1} + \dot{U}^S + \dot{U}^R}{f \cdot (R_G \cdot VG_0 + \dot{U}^R)} \geq \frac{0,9}{g_2} - \frac{g_0}{g_2} \cdot RQ_0 \quad . \quad (17)$$

Dies führt auf:

$$\frac{R_{b1} + R_{b2}}{2} \geq \left(\frac{0,9}{2 \cdot g_2} - \frac{g_0}{2 \cdot g_2} \cdot RQ_0 \right) \cdot f \cdot \left(R_G \cdot \frac{VG_0}{B_0} + \frac{\dot{U}^R}{B_0} \right) - \frac{\dot{U}^S}{B_0} - \frac{\dot{U}^R}{B_0} \quad . \quad (18)$$

Für r_{bi} ist nun gemäß (2) und der Annahme $B_t = B_0$

$$R_{bt} = R_t + \frac{S_{t-1} \cdot (1 + R_t) - S_t}{B_0} \quad (19)$$

einzusetzen. Aus (19) folgt nun

$$R_{b1} + R_{b2} = R_1 + R_2 + \frac{S_0 \cdot (1 + R_1) - S_1}{B_0} + \frac{S_1 \cdot (1 + R_2) - S_2}{B_0} \quad . \quad (20)$$

Man erkennt, daß die Entwicklung der stillen Reserven **während** des Planungszeitraumes (abgesehen von Zinseffekten) keine Rolle spielt, so daß wir approximativ schreiben können¹⁵⁾:

$$R_{b1} + R_{b2} \approx R_1 + R_2 + \frac{S_0 - S_2}{B_0} \quad . \quad (21)$$

Für das kritische Niveau, welches durch (18) definiert ist, bedeutet dies bei maximaler Auflösung der stillen Reserven in $t = 2$:

15) Dies ist im Erwartungswert eine Approximation von der sicheren Seite, da die Renditen einen positiven Erwartungswert haben sollten.

$$\frac{R_1 + R_2}{2} \geq \left(\frac{0,9}{2 \cdot g_2} - \frac{g_0}{2 \cdot g_2} \cdot RQ_0 \right) \cdot f \cdot \left(R_G \cdot \frac{VG_0}{B_0} + \frac{U^R}{B_0} \right) - \frac{U^S}{B_0} - \frac{U^R}{B_0} - \frac{1}{2} \frac{S_0}{B_0} \quad (22)$$

Für die R-Quote des dritten Geschäftsjahres der Planung ergibt sich analog¹⁶⁾:

$$\frac{R_1 + R_2 + R_3}{3} \geq 0,9 \cdot f \cdot \left(R_G \cdot \frac{VG_0}{B_0} + \frac{U^R}{B_0} \right) - \frac{U^S}{B_0} - \frac{U^R}{B_0} - \frac{1}{3} \frac{S_0}{B_0} \quad (23)$$

Entsprechend definieren wir die kritischen Niveaus

$$\begin{aligned} L(R_2) &:= \left(\frac{0,9}{2 \cdot g_2} - \frac{g_0}{2 \cdot g_2} \cdot RQ_0 \right) \cdot f \cdot \left(R_G \cdot \frac{VG_0}{B_0} + \frac{U^R}{B_0} \right) - \frac{U^S}{B_0} - \frac{U^R}{B_0} - \frac{1}{2} \frac{S_0}{B_0} \\ L(R_3) &:= 0,9 \cdot f \cdot \left(R_G \cdot \frac{VG_0}{B_0} + \frac{U^R}{B_0} \right) - \frac{U^S}{B_0} - \frac{U^R}{B_0} - \frac{1}{3} \frac{S_0}{B_0} \end{aligned} \quad (24)$$

Man erkennt, daß das kritische Niveau bezüglich der arithmetischen Durchschnittsrendite bei Einbeziehung mehrerer Perioden ansteigt. Dies resultiert aus den geringeren Glättungsmöglichkeiten durch eine Auflösung der in $t=0$ vorhandenen stillen Reserven S_0 und durch die Einbeziehung früherer (im allgemeinen 0,9 übersteigender) R-Quoten¹⁷⁾. Mit den getroffenen Annahmen ergeben sich für $L(R_2)$ und $L(R_3)$ Zahlenwerte von 0,928 % bzw. 2,791 %.

Für die auf das dritte Jahr folgenden Geschäftsjahre ist das kritische Niveau wie in (24) zu formulieren, mit dem Unterschied, daß S_0 durch $S_{t,3}$ zu ersetzen ist. Aufgrund der Planungsunsicherheit, welche für diesen Wert besteht, soll hier auf eine Formulierung weiterer kritischer Niveaus bezüglich der R-Quote verzichtet werden.

16) Man beachte, daß mit den getroffenen Annahmen gilt: $g_1 = g_2 = g_3$.

17) Dies muß jedoch nicht bedeuten, daß dieses Niveau tatsächlich schwieriger zu erreichen ist, da es sich um ein Niveau für den Durchschnitt von Renditen handelt, wobei ein, zwei oder drei Perioden in die Durchschnittsbildung eingehen.

2.5 Nichterfüllung der Finanzierbarkeit

Die Beispielrechnungen stellen eines der bedeutsamsten Marketing-Instrumente der deutschen Lebensversicherung dar¹⁸⁾. Die Verwendung der aktuellen Überschußanteilssätze in den Beispielrechnungen hat das BAV davon abhängig gemacht, daß der Nachweis der Finanzierbarkeit geführt werden kann. Berücksichtigt man nun, daß die Lebensversicherer ihre "Voraussagen" ungeachtet ihrer rechtlichen Unverbindlichkeit möglichst wenig, vor allem nicht nach unten ändern möchten¹⁹⁾²⁰⁾, so impliziert dies gewisse Restriktionen für die zukünftigen Kapitalanlageergebnisse. Die Struktur des Anlageportefeuilles sollte also so beschaffen sein, daß der Nachweis der Finanzierbarkeit bezüglich der aktuellen Überschußanteilssätze auch in absehbarer Zukunft mit hoher Wahrscheinlichkeit - geführt werden kann. Diese Forderung wäre in Abwesenheit weiterer Restriktionen selbstverständlich leicht zu erfüllen, indem man die aktuellen Überschußanteilssätze so niedrig ansetzt, daß eine notwendige Korrektur nach unten praktisch ausgeschlossen erscheint. Die Überschußanteilssätze werden jedoch bestimmte Untergrenzen nicht unterschreiten, da sie durch die folgenden Tatbestände restringiert sind:

- die 90%-Regelung bezüglich der den Versicherungsnehmern gutzubringenden Überschüsse als Anteil des Rohüberschusses beziehungsweise die 95%-Regelung bezüglich des versicherungstechnischen Überschusses
- die Regelungen bezüglich der R- und Z-Quote.

Darüberhinaus verhindert der Wettbewerb zwischen den Lebensversicherungsunternehmen ein zu starkes Absinken der Überschußanteilssätze relativ zu den Überschüssen²¹⁾. Die Wahrung der Finanzierbarkeit im Planungszeitraum stellt

18) Vgl. beispielsweise Weigel (1991), S. 539 f.

19) Vgl. Weigel (1991), S. 540.

20) Dieses Vorgehen ist insofern rational, als die Versicherungskunden das Risiko der Kapitalanlage nur durch den Filter der Überschußanteilssätze beziehungsweise der Beispielrechnungen wahrnehmen. Unterstellt man risikoaverse Versicherungskunden, dann ist eine möglichst starke Glättung der Überschußanteilssätze ceteris paribus langfristig für das Lebensversicherungsunternehmen von Vorteil.

21) Dies erklärt, daß in der Vergangenheit im Branchendurchschnitt wesentlich mehr als 90% des Rohüberschusses an die Versicherungsnehmer weitergegeben wurden, vgl. Hagelschuer (1987), S. 187.

damit eine nicht triviale Aufgabe dar.

Die nun folgende Formalisierung intendiert nicht, eines der bestehenden Verfahren zum Finanzierbarkeitsnachweis²²⁾ detailgetreu nachzubilden, sondern leitet aus der Grundstruktur²³⁾ des Finanzierbarkeitsnachweises Restriktionen für die Kapitalanlage ab.

Dies vorausgeschickt, läßt sich die Forderung, daß der Finanzierbarkeitsnachweis bezüglich der aktuellen Überschußanteilssätze auch in den auf den Planungszeitpunkt folgenden Jahren geführt werden kann, wie folgt formalisieren:

Es bezeichne

r_{b-1} : den im letzten Geschäftsjahr realisierten Ist-Zins²⁴⁾

r_{b0} : den im gerade abgelaufenen Geschäftsjahr realisierten Ist-Zins

R_{bt} : den Ist-Zins des t-ten Geschäftsjahres der Zukunft

i_t^* : den Soll-Zins des Finanzierungsnachweises, welcher nach dem Ablauf des t-ten Geschäftsjahres der Zukunft erstellt wird, wobei die im Planungszeitpunkt aktuellen Überschußanteilssätze als weiterhin gültig angenommen werden.

K_t : das nach Ablauf des Geschäftsjahres t vorhandene Versicherungsnehmer Guthaben

$P(i^*)$: der Barwert der erwarteten zukünftigen Zahlungsströme (einschließlich der Überschußbeteiligung bei unveränderten Überschußanteilssätzen) aus dem bestehenden Versicherungsbestand.

Der Soll-Zins des Finanzierbarkeitsnachweises ist nun als der Zinssatz aufzufassen, bei dem der Barwert der zukünftigen erwarteten Zahlungen den vorhandenen Mitteln entspricht. Damit ist i_t^* implizit definiert mit:

22) Vgl. vor allem Gessner (1978), Tröblinger (1979), Feilmeier (1979) sowie die Literaturhinweise bei Wolfsdorf (1986), S. 319.

23) Vgl. etwa die verbale Darstellung bei Hagelschuer (1987), S. 197 f.

24) Hierbei handelt es sich wieder um eine bilanzielle Rendite.

$$P(i^s) \stackrel{!}{=} K_t \quad . \quad (25)$$

Die Finanzierbarkeit der aktuellen Überschußanteilssätze ist gewährleistet, wenn der Ist-Zins im Durchschnitt der letzten drei Geschäftsjahre mindestens dem Soll-Zins des Finanzierungsnachweises entspricht. Dies führt zu den folgenden Bedingungen:

$$R_{b1} \geq 3i^s_1 - r_{b-1} + r_{b0} \quad (26)$$

und

$$\frac{R_{b1} + R_{b2}}{2} \geq \frac{3}{2}i^s_2 - \frac{1}{2}r_{b0} \quad (27)$$

sowie

$$\frac{R_{bt-2} + R_{bt-1} + R_{bt}}{3} \geq i^s_t, \quad \text{für } t \geq 3 \quad . \quad (28)$$

Die beiden ersten Bedingungen wurden aus der allgemeinen Formulierung abgeleitet, weil in die Durchschnittsbildung der Ist-Zinsen r_{b-1} und r_{b0} eingehen, welche zum Planungszeitpunkt bereits realisierte und damit bekannte Größen darstellen. Um nun für die Finanzplanung verwertbare Aussagen treffen zu können, müssen die i^s_t näher untersucht werden.

Teilt man die Gesamtheit der betrachteten Lebensversicherungsverträge nach ihrer Restlaufzeit u und ihrer Vertragslaufzeit v in Klassen ein, so läßt sich zunächst für jede Klasse eine erwartete zukünftige Zahlungsreihe und das bereits vorhandene Versicherungsnehmerguthaben bestimmen²⁵⁾. Bezeichnet man den Barwert der erwarteten zukünftigen Zahlungen einer Klasse mit $P_{u,v}$ und das vorhandene Versicherungsnehmerguthaben mit $K_{u,v}$, so kann man aus

25) Dies macht eine Aufteilung der Gesamtkosten erforderlich, die im Fall der Gemeinkosten zugegebermaßen niemals eindeutig durchzuführen ist. Bedenkt man jedoch, daß im folgenden keine Aussagen über die Rentabilität der einzelnen Klassen abgeleitet werden, sondern lediglich eine Approximation des Gesamt-Soll-Zins vorgenommen wird, so verliert der obige Einwand viel von seiner Schärfe.

$$P_{u,v}(i^{u,v}) \stackrel{!}{=} K_{u,v} \quad (29)$$

den inneren Zins $i^{u,v}$ jeder Klasse ermitteln. Dieses Vorgehen ist deshalb sinnvoll, weil der innere Zins eines Lebensversicherungsvertrages sich im Laufe der Vertragsdauer ändern kann. Dies ist eine Folge davon, daß die dem Versicherungsnehmer gutgeschriebenen Kapitalien (die Summe aus Deckungskapital und Überschußbeteiligung) nicht genau dem erwarteten Zahlungssaldo zu diesem Zeitpunkt entsprechen. In einer genügend kleinen Umgebung von $i^{u,v}$ gilt nun die folgende lineare Approximation:

$$\Delta P_{u,v}(i) = \frac{\partial P_{u,v}(i)}{\partial i \big|_{i=i^{u,v}}} \cdot \Delta i \quad (30)$$

Da infolge von (25), (29) die Summe der Barwerte der Zahlungsreihen in den einzelnen Klassen der Summe der Versicherungsnehmerguthaben entsprechen muß, egal ob man die einzelnen Zahlungsreihen mit den jeweils unterschiedlichen internen Zinssätzen oder mit dem (einheitlichen) internen Zins des Gesamtbestandes diskontiert, kann man den internen Zins des Gesamtbestands auch approximativ aus folgender Bedingung ermitteln:

$$\sum_u \sum_v \Delta P_{u,v}(i) = \Delta P_{u,v}(i) = \sum_u \sum_v \frac{\partial P_{u,v}(i)}{\partial i \big|_{i=i^{u,v}}} \cdot (i^s - i^{u,v}) \stackrel{!}{=} 0 \quad (31)$$

Unterstellt man desweiteren Homogenität innerhalb jeder Klasse (insbesondere die Abwesenheit von Summenrabatten), so läßt sich die Zahlungsreihe jeder Klasse als Produkt eines Proportionalitätsfaktors (nämlich der Gesamt-Versicherungssumme $V_{u,v}$ in dieser Klasse) mit einer normierten Zahlungsreihe (bezüglich dieser Klasse) schreiben. Beachtet man weiterhin, daß die Ableitung dieser normierten Zahlungsreihen nach dem Zins nichts anderes als die absolute Duration $D_{u,v}$ dieser Zahlungsreihen darstellt, so folgt:

$$\sum_u \sum_v V_{u,v} \cdot D_{u,v} \cdot (i^s - i^{u,v}) \stackrel{!}{=} 0 \quad (32)$$

Diese Darstellung ist deshalb sinnvoll, weil sich anhand ihrer die wesentlichen

Einflußfaktoren auf den Soll-Zins ablesen lassen. Beispielsweise ist zu erkennen, daß der Sollzins für den Gesamtbestand steigen muß, falls der interne Zins für die Klasse der neu abgeschlossenen Verträge höher als die übrigen internen Zinssätze ist und das Neugeschäft anwächst. Zudem ist die unterstellte Approximation unproblematisch, da für die heute üblichen, weitgehend natürlichen Überschußbeteiligungssysteme die Unterschiede der internen Zinssätze im Vertragsablauf und damit auch die Differenzen zu i^* gering sind.

Betrachtet man nun die Soll-Zinsen aufeinanderfolgender Perioden, so ergibt sich $V_{u,v}$ aus dem noch im Bestand verbleibenden Anteil von $V_{u+1,v}$ im Vorjahr sowie (für $u=v$) aus dem Neugeschäft. Sowohl die Duration als auch der interne Zins bezüglich jeder Klasse werden jedoch (approximativ) gleichbleiben, da die Inputs, welche in die jeweiligen Rechnungen eingehen (insbesondere Sterblichkeit und zukünftige Überschußanteilssätze), sich nicht verändern. Der einzige Unterschied besteht in den bisher gutgeschriebenen Überschußanteilssätzen jeder Klasse: Sowohl das Versicherungsnehnerguthaben in jeder Restlaufzeit-Klasse als auch die noch zu erwartende weitere Zahlungsreihe hängen von den im bisherigen Verlauf gutgeschriebenen Überschußanteilen ab, so daß marginale Änderungen des internen Zinses und der Duration nicht auszuschließen sind, wenn wir $D_{u,v}$ und $i^{u,v}$ in zwei aufeinanderfolgenden Jahren betrachten.

Bezeichnen wir die Überschußanteilssätze im Geschäftsjahr t mit dem Vektor $\ddot{u}(t)$, so können wir die Überschußanteilssätze, welche für die jeweilige Restlaufzeit-Klasse in einem bestimmten Geschäftsjahr relevant sind, als $\ddot{u}(\tau+1)$, $\ddot{u}(\tau+2) \dots \ddot{u}(\tau+v-u)$ schreiben, wobei das τ passend zu wählen ist. Im nächsten Geschäftsjahr sind die Überschußanteilssätze $\ddot{u}(\tau+2)$, $\ddot{u}(\tau+3) \dots \ddot{u}(\tau+v-u+1)$ für die gleiche Restlaufzeitklasse relevant. Daraus wird ersichtlich, daß im wesentlichen die gleichen Überschußanteilssätze anzuwenden sind²⁶⁾, so daß tatsächlich nur unwesentliche Änderungen bei Duration und internem Zins auftreten.

26) Man könnte auch mit der bisher in Deutschland zu beobachtenden weitgehenden Konstanz der Überschußanteilssätze argumentieren. Dies ist jedoch für die behauptete (approximative) Konstanz von Duration und internem Zins nicht erforderlich.

Zusammenfassend kann man feststellen, daß bei gleichbleibendem Versicherungsbestand $V_{u,v}$ in jeder Klasse der Soll-Zins für den Gesamt-Bestand in aufeinanderfolgenden Geschäftsjahren approximativ konstant ist, es gilt also für eine überschaubare Anzahl von Jahren:

$$i_0^s \approx i_1^s \approx \dots \approx i_t^s . \quad (33)$$

Lediglich die Bestandsveränderungen in den einzelnen Klassen können zu einer nennenswerten Änderung von i^s führen. Im weiteren soll von Bestandsveränderungen abstrahiert werden²⁷⁾, so daß i^s bezüglich der Finanzierungsnachweise im Planungszeitraum als konstant unterstellt werden kann.

Um die Darstellung der kritischen Niveaus bezüglich des Finanzierbarkeitsnachweises zu komplettieren, soll nun wieder der Effekt einer möglichen Auflösung der stillen Reserven betrachtet werden. Entsprechend den Ausführungen im vorangegangenen Abschnitt ergibt sich:

$$R_1 \geq L(F_1) := \left[3i^s - r_{b-1} - r_{b0} - \frac{S_0}{B_0} \right] / \left[1 + \frac{S_0}{B_0} \right] \quad (34)$$

sowie (approximativ) für das zweite Jahr der Planung

$$\frac{R_1 + R_2}{2} \geq L(F_2) := \frac{3}{2}i^s - \frac{1}{2}r_{b0} - \frac{1}{2}\frac{S_0}{B_0} \quad (35)$$

und (approximativ) für das t-te Jahr der Planung

$$\frac{R_{t-2} + R_{t-1} + R_t}{3} \geq L(F_3) := i^s - \frac{1}{3}\frac{S_{t-3}}{B_0} \quad \text{für } t \geq 3 . \quad (36)$$

Die letzte Beziehung sollte im Rahmen der Planung nur für $t = 3$ ausgewertet werden, da lediglich S_0 zum Zeitpunkt der Planung bekannt ist. Ansonsten erkennt man wiederum den Effekt einer verminderten Glättungsmöglichkeit durch

27) Beachtet man, daß die Bestandsveränderungen in den einzelnen Klassen bei aufeinanderfolgenden Geschäftsjahren im allgemeinen nicht dramatisch sein werden, so ist auch diese Abstraktion gerechtfertigt. Dessenungeachtet kann gemäß (32) der Einfluß von Bestandsveränderungen auf den Sollzins bei der Planung der Finanzierbarkeitsnachweise berücksichtigt werden.

die Auflösung von stillen Reserven bei einer mehrperiodigen Betrachtung. Nimmt man die letzten beiden Ist-Zinssätze mit 6,6% und den Soll-Zins für die aktuellen Überschußanteilssätze mit 6,5% an, so ergeben sich die kritischen Niveaus zu

$$L(F_1) = -3,364 \%$$

$$L(F_2) = 1,45 \%$$

$$\text{und } L(F_3) = 3,167 \%.$$

3 Kritische Niveaus des Kapitalanlageerfolgs nach Transformation der dritten Lebensrichtlinie

Im Zuge der Umsetzung der dritten Lebensrichtlinie durch das Dritte Durchführungsgesetz/EWG zum VAG vom 21. Juli 1994 ändern sich die institutionellen Rahmenbedingungen, welche zu den im letzten Abschnitt abgeleiteten kritischen Niveaus führen, wie folgt:

- 1) Der Höchstzinssatz zur Berechnung der Deckungsrückstellung beträgt nicht mehr 3,5%, sondern wird durch Rechtsverordnung des Bundesfinanzministers neu festgelegt. Der entsprechende Verordnungsentwurf vom 25.8.1994 sieht hier eine Höchstgrenze von 4% vor. Wird diese Grenze von den Versicherungsunternehmen ausgeschöpft, so ist in den Formeln (1) bis (4) für r_z statt 3,5% ein gewogener Durchschnittszins anzusetzen, wobei sich die Gewichte entsprechend dem auf den Neu- bzw. Altbestand entfallenden zinspflichtigen Kapital ergeben. In den beispielhaften Rechnungen dieser Arbeit wird ein Zinssatz von 4 % angesetzt, der dann gültig ist, wenn nur noch Neuverträge im Bestand sind.
- 2) Die Direktgutschrift muß zwar für die neuen Tarife nicht zwingend vorgesehen werden, im folgenden wird aber angenommen, daß aus Wettbewerbsgründen auch weiterhin eine Direktgutschrift in Höhe von 5 % minus dem neuen Zinssatz von 4 % gewährt wird. Damit ist unsere Analyse im Abschnitt 2.3 auf die neue Situation direkt übertragbar.
- 3) Die Rückgewährquote bisheriger Form gibt es für den Neubestand nicht mehr, da die hierfür logisch erforderliche Einheitlichkeit der Tarifstrukturen nicht mehr

vorliegt²⁸⁾. Die Neufassung des § 81 c VAG (ergänzt durch den Entwurf für eine Verordnung gemäß § 81 c III VAG (Z- und R-Quoten-VO) sieht für die nach dem 29. Juli 1994 abgeschlossenen Verträge eine Mindestzuführung zur RfB in Abhängigkeit von den Kapitalerträgen vor. Aus der neuen Z-Quote resultiert allerdings kein kritisches Niveau des Kapitalerfolges, wie dies bei der alten Regelung der Fall war, die einen unternehmensexternen Maßstab (in Form des Normzinsüberschusses) definierte. Die Einhaltung der traditionellen R-Quote ist noch für die Altverträge maßgeblich²⁹⁾.

4) Der Finanzierbarkeitsnachweis soll - in vereinfachter Form - beibehalten werden. Die modellhafte Analyse des vorangegangenen Abschnitts kann somit weiterhin verwendet werden, um mittelfristige kritische Niveaus des Kapitalanlageerfolges abzuleiten.

Von den im letzten Abschnitt herausgearbeiteten kritischen Niveaus entfallen also in langfristiger Betrachtung die auf die Einhaltung der Rückgewährquote bezogenen Niveaus. Weiterhin ist bei dem kritischen Niveau des einperiodigen Ruins der höhere Zinssatz von 4 % zu berücksichtigen. Das entsprechende Niveau steigt moderat auf -15,091 %.

4 Umsetzung der kritischen Niveaus in lineare Restriktionen für den effizienten Rand

4.1 Datenbasis

Grundsätzlich waren in die Untersuchung einzubeziehen:

- ein Performance-Index für die Investitionen in Aktien

28) Vgl. Claus (1994), S. 24 f.

29) Hierbei werden die Normzinsüberschüsse nach dem Anteil des zinspflichtigen Kapitals auf den Altbestand angerechnet. Die Analyse des Abschnitts 2.4 ist auf die neue Situation übertragbar, wenn wir annehmen, daß die auf den Altbestand entfallenden Zuführungen zur RfB und die Risikoüberschüsse im gleichen Verhältnis zu den entsprechenden Größen für den Gesamtbestand stehen wie die zinspflichtigen Kapitalien. Weiterhin ist zu beachten, daß die Gewichtungsfaktoren der jeweils gemittelten drei Rückgewährquoten nun nicht als konstant angenommen werden können, sondern entsprechend der Entwicklung des zinspflichtigen Kapitals im Altbestand zu bestimmen sind.

- ein Performance-Index für die Investitionen in festverzinsliche Wertpapiere.

Bei der Auswahl der relevanten Indizes waren die Kriterien "Repräsentativität" und "Verfügbarkeit einer ausreichend langen Zeitreihe" maßgeblich. Verwendet wurden jeweils Monatsdaten.

Für den deutschen Aktienmarkt kamen als Performance-Indizes³⁰⁾ der "Deutsche Aktienindex" (DAX) und der "Deutsche Aktienindex für Forschungszwecke" (DAFOX) in Betracht. Der DAX³¹⁾ ist wohl der mittlerweile meistbeachtete deutsche Aktienindex und repräsentiert 30 Standardwerte in der Gewichtung ihrer Börsenkapitalisierung. Der DAFOX³²⁾ hingegen enthält alle Aktien, welche an der Frankfurter Wertpapierbörse amtlich gehandelt wurden. Ansonsten stimmen beide Indizes in der Konzeption weitgehend überein, da beide Laspeyres-Indizes sind und Korrekturen bei Kapitalveränderungen sowie jährliche Anpassungen der Gewichte vornehmen.

Außer dem geringeren Repräsentationsgrad des DAX fällt die Nichtverfügbarkeit einer wirklichen historischen Zeitreihe ins Gewicht: Zwar veröffentlicht die Frankfurter Wertpapierbörse AG Monatschlußstände seit 1959, jedoch wurde der DAX für die Zeit vor 1988 mit dem Index Börsen-Zeitung verknüpft. Dieser Index war wiederum mit einem anderen Index, dem Hardy-Index, rückwärts verknüpft worden, welcher jedoch kein Performance-Index war.

Aufgrund der obengenannten Einschränkungen der Aussagekraft der historischen Zeitreihe des DAX wurde der DAFOX für die empirische Untersuchung ausgewählt.

30) Der Commerzbank-Index, der Index der Frankfurter Allgemeine Zeitung und der Index der Frankfurter Wertpapierbörse sind Kursindizes. Bei dem Index der Westdeutschen Landesbank werden erst seit 1985 Korrekturen für Dividendenzahlungen vorgenommen. Für einen Überblick über die verschiedenen Indexkonzepte vgl. Gießelbach (1989), S. 262-268 und Janßen/Rudolph (1992), S. 34-36.

31) Vgl. hierzu die Dokumentation Janßen/Rudolph (1992).

32) Vgl. Göppl/Schütz (1992).

Für den deutschen Rentenmarkt stehen etwa zehn Indizes zur Verfügung, von denen die gebräuchlichsten der J. P. Morgan German Government Bond-Index, der Salomon Brothers DM Government Bond-Index, der BHF-Performance-Rentenmarkindex, der Commerzbank-Performance-Rentenmarkindex und der REX-Performance-Index sind³³⁾. Die beiden erstgenannten Indizes beruhen auf der Entwicklung von Portfeuilles mit realen Anleihen, während die übrigen Indizes auf fiktiven Anleihen aufgebaut sind.

Indizes mit realen Anleihen messen die Performance eines Marktes in einer sehr direkten Weise. Dies hat den Vorteil der Unabhängigkeit von den verschiedenen statistischen Methoden, welche bei den Indizes mit fiktiven Anleihen zur Ableitung der Kurse der fiktiven Anleihen verwendet werden müssen. Andererseits unterliegen die Indizes mit realen Anleihen der Problematik, daß sich die Restlaufzeit der Titel (und eventuell die sonstige Zusammensetzung) im Index-Portfolio ständig ändert³⁴⁾.

Langfristig ist die Wertentwicklung der angesprochenen Indizes sehr ähnlich³⁵⁾, kurzfristig sind nicht unerhebliche Unterschiede feststellen, die jedoch keine systematische Unter- oder Überperformance eines Index erkennen lassen³⁶⁾. Insofern sollte bei langfristigen Performance-Analysen für Zwecke der strategischen Asset Allocation unerheblich sein, ob ein Index mit realen oder fiktiven Anleihen ausgewählt wird. Andererseits kann die Restlaufzeit-Problematik bei Indizes mit realen Anleihen bei nicht flacher Zinsstrukturkurve kurzfristig zu Kurseffekten führen, welche nicht auf eine Veränderung der Zinsstrukturkurve zurückzuführen sind. Dies erscheint unbefriedigend, wenn man die Beziehungen von Renten- und

33) Zu einem Vergleich dieser Indizes vgl. Sendelbach/Schell (1993).

34) Dies kann zwar durch periodische Umschichtungen abgemildert werden, es bleibt jedoch das Manko, daß ein solcher Index im Zeitablauf nicht die gleichen Sachverhalte mißt.

35) Vgl. Sendelbach/Schell (1993), S. 283 f. Eine Ausnahme bildet die im Vergleich zu den anderen Indizes geringere Volatilität des Commerzbank-Rentenindex, die nach *Sendelbach* und *Schell* auf die geringere Duration zurückzuführen ist.

36) Vgl. Sendelbach/Schell (1993), S. 285.

Aktienmarkt untersuchen möchte, da die Annahme plausibel erscheint, daß von bloßen Restlaufzeitänderungen auf dem Rentenmarkt keine Wirkungen auf den Aktienmarkt ausgehen. Insofern soll dem Konzept eines Index mit fiktiven Anleihen für die Zwecke der empirischen Untersuchung der Vorzug gegeben werden.

Von den Indizes mit fiktiven Anleihen fiel die Wahl auf den REX-Performance-Index (REXP)³⁷⁾, da er institutsunabhängig ist und einen klar abgegrenzten und sehr liquiden Teilmarkt³⁸⁾ beschreibt. Die Berechnung vollzieht sich in mehreren Stufen: Zunächst wird aus den Kursdaten des betrachteten Teilmarktes mittels einer Regression eine Renditestrukturkurve ermittelt³⁹⁾, welche die Abhängigkeit von Restlaufzeit und Kuponhöhe beschreibt. Aus dieser Renditestrukturkurve werden sodann für 30 idealtypische Anleihen⁴⁰⁾ Kurse errechnet, welche nach einem jährlich überprüften Gewichtungsschema zum Kurs des REX gemittelt werden. Um den Performance-Index REXP zu erhalten, werden nun zusätzlich die Zinserträge in Form des durchschnittlichen Kupons der fiktiven Anleihen berücksichtigt.

Monatsdaten für den REXP sind ab dem Januar 1967 erhältlich⁴¹⁾, während der DAFOX noch weiter zurückgerechnet vorliegt.

37) Der REX-Performance-Index (REXP) baut auf dem Kursindex REX auf, der ebenfalls von der Arbeitsgemeinschaft der Deutschen Wertpapierbörsen konzipiert worden ist. Zum REX vgl. Mella (o. J.), zum REXP vgl. die einschlägige Broschüre der Frankfurter Wertpapierbörse AG.

38) Zur Bestimmung der Renditestrukturkurven, welche zur Ermittlung der Kurse der fiktiven Anleihen erforderlich ist, werden die Kurse von sämtlichen festverzinslichen Anleihen, Obligationen und Schatzanweisungen des Bundes und des "Fonds Deutsche Einheit" mit Restlaufzeit von einem halben bis 11 Jahren verwendet. Auf den angesprochenen Teilmarkt entfallen zwar nur etwa 2% der emittierten Titel, jedoch etwa 90% der Börsenumsätze, vgl. Mella (o. J.), S. 17.

39) Da keine Zins- sondern Renditestrukturkurven errechnet werden, ist der REX wie der REXP nicht frei von theoretischen Einwänden. In praxi sollten diese jedoch nicht ins Gewicht fallen, da der Kuponeffekt approximativ mit zusätzlichen Regressionskoeffizienten erfaßt wird.

40) Diese fiktiven Anleihen besitzen ganzzahlige Laufzeiten von einem bis zehn Jahren und jeweils einen Kupon von 6%, 7,5% oder 9%.

41) Die Daten wurden dem Verfasser freundlicherweise von der Deutschen Börse AG zur Verfügung gestellt.

4.2 Bestimmung des effizienten Randes und der linearen Restriktionen

Der μ - σ -effiziente Rand bezüglich der arithmetischen Durchschnittsrenditen einer Investition in Aktien und Anleihen ist nicht unabhängig von dem gewählten Zeithorizont. Aufgrund der Langfristigkeit der einzelnen Verträge in der Lebensversicherung ist ein langer Zeithorizont auch für die gesamten Kapitalanlagen eines Lebensversicherungsunternehmens intuitiv. Die folgenden Berechnungen werden daher bezüglich der Durchschnittsrendite über einen Zeitraum von 10 Jahren durchgeführt.

Wir gehen von der Annahme aus, daß für die Periodenrenditen R^A_t einer Investition in ein Aktienportefeuille gilt:

$$R^A_t = \mu^A + \eta_t, \quad (37)$$

wobei η_t unabhängige, identisch normalverteilte Zufallsvariablen sind mit Erwartungswert Null und Varianz σ^2_{η} . Entsprechend soll für die Periodenrenditen R^B_t einer Investition in ein Portefeuille aus Rententiteln gelten:

$$R^B_t = \mu^B + \zeta_t. \quad (38)$$

Die ζ_t werden dabei wieder als unabhängige, identisch normalverteilte Zufallsvariablen mit Erwartungswert Null und Varianz σ^2_{ζ} aufgefaßt. Die η_t und ζ_t müssen aufgrund der obigen Annahmen für $t \neq t'$ unabhängig und damit unkorreliert sein. Die Störgrößen der gleichen Periode sind hingegen im allgemeinen korreliert. Die Kovarianz soll bezeichnet werden mit:

$$\sigma^2_{\eta\zeta} =: \text{Cov}(\eta_t, \zeta_t). \quad (39)$$

Mit den getroffenen Annahmen gilt für den Erwartungswert und die Varianz der arithmetischen Durchschnittsrendite einer Aktieninvestition über N Perioden, welche auf die Periode $t = t_0$ folgen:

$$\begin{aligned}\mu^A_N &=: E\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N R^A_{t_0+i}\right) = \mu^A \\ \sigma^2_{A,N} &=: Var\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N R^A_{t_0+i}\right) = \frac{1}{N} \cdot Var(R^A_t) = \frac{1}{N} \cdot \sigma^2_\eta.\end{aligned}\tag{40}$$

Entsprechend gilt:

$$\begin{aligned}\mu^B_N &=: E\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N R^B_{t_0+i}\right) = \mu^B \\ \sigma^2_{B,N} &=: Var\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N R^B_{t_0+i}\right) = \frac{1}{N} \cdot Var(R^B_t) = \frac{1}{N} \cdot \sigma^2_\zeta.\end{aligned}\tag{41}$$

Für die Kovarianz der arithmetischen Durchschnittsrenditen von Aktien- und Anleiheninvestitionen ergibt sich:

$$\begin{aligned}\sigma^2_{AB,N} &=: Cov\left(\frac{\sum_{i=1}^N R^A_{t_0+i}}{N}, \frac{\sum_{j=1}^N R^B_{t_0+j}}{N}\right) \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N Cov(R^A_{t_0+i}, R^B_{t_0+j}) \\ &= \frac{1}{N} \sigma^2_{\eta\zeta}.\end{aligned}\tag{42}$$

Für die Berechnung des effizienten Randes über einen Zeithorizont von P Perioden müssen die ersten und zweiten Momente der durchschnittlichen Gesamtrendite in Abhängigkeit von der Portefeuille-Struktur berechnet werden. Bezeichnet man den wertmäßigen Anteil der Aktien im Gesamtportefeuille mit x_A , so gilt für die Periodenrendite r_t des Gesamtportefeuilles:

$$R_t = x_A \cdot R^A_t + (1 - x_A) \cdot R^B_t.\tag{43}$$

Damit beträgt der Erwartungswert der arithmetischen Durchschnittsrendite des Gesamtportefeuilles über N Perioden:

$$\mu_N =: E\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_{t_0+i}\right) = x_A \cdot \mu^A + (1-x_A) \cdot \mu^B \quad (44)$$

Die entsprechende Varianz berechnet sich aus

$$\begin{aligned} \sigma_N^2 &=: \text{Var}\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_{t_0+i}\right) = \text{Var}\left(x_A \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R^A_{t_0+i} + (1-x_A) \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R^B_{t_0+i}\right) \\ &= x_A^2 \cdot \sigma_{A,N}^2 + (1-x_A)^2 \cdot \sigma_{B,N}^2 + 2 \cdot x_A \cdot (1-x_A) \cdot \sigma_{AB,N}^2 \end{aligned} \quad (45)$$

Löst man (44) nach x_A auf und setzt dies in (45) ein, so resultiert folgende Beziehung zwischen σ_N^2 und μ_N :

$$\begin{aligned} \sigma_N^2 &= \left(\frac{\mu_N - \mu_N^B}{\mu_N^A - \mu_N^B} \right)^2 \cdot A + \frac{\mu_N - \mu_N^B}{\mu_N^A - \mu_N^B} \cdot B + \sigma_{B,N}^2 \\ \text{mit } A &=: \sigma_{A,N}^2 - 2 \sigma_{AB,N}^2 - \sigma_{B,N}^2 \\ B &=: 2 \sigma_{AB,N}^2 - 2 \sigma_{B,N}^2 \end{aligned} \quad (46)$$

Dies führt auf

$$\begin{aligned} \mu_N &= \mu_N^B - (\mu_N^A - \mu_N^B) \cdot \frac{B}{2A} \\ &\pm (\mu_N^A - \mu_N^B) \cdot \sqrt{\frac{1}{A} \cdot (\sigma_N^2 - \sigma_{B,N}^2 + \frac{B^2}{4A})} \end{aligned} \quad (47)$$

Beachtet man nun, daß die minimale Varianz des Gesamtportefeuilles gegeben ist durch⁴²⁾

42) Dies folgt aus den Bedingungen erster und zweiter Ordnung für ein Minimum.

$$\sigma_{N_{\min}}^2 = \sigma_B^2 - \frac{B^2}{4A} , \quad (48)$$

so läßt sich (47) schreiben als

$$\begin{aligned} \mu_N &= \mu_N^B - (\mu_N^A - \mu_N^B) \cdot \frac{B}{2A} \\ &\pm \sqrt{\frac{(\mu_N^A - \mu_N^B)^2}{A} \cdot (\sigma_N^2 - \sigma_{N_{\min}}^2)} . \end{aligned} \quad (49)$$

Der μ - σ -effiziente Rand enthält nun alle μ - σ -Kombinationen, für die in (47), (49) das "+"-Zeichen vor der Wurzel gilt. Weiterhin sollen hier lediglich die Portefeuilles betrachtet werden, welche beide Asset-Klassen in nicht-negativen Anteilen enthalten. Dies schränkt den Wertebereich für σ_N^2 ein, es gilt:

$$\sigma_{N_{\max}}^2 = \text{Max}(\sigma_A^2, \sigma_B^2) . \quad (50)$$

Als Schätzung für σ_η^2 und σ_ζ^2 verwenden wir die Stichprobenvarianzen von annualisierten Monatsrenditen des entsprechenden Index, das heißt:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_\eta^2 &= \frac{1}{T-1} \cdot \sum_{t=1}^T \left(r_t^A - \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T r_t^A \right)^2 \\ \hat{\sigma}_\zeta^2 &= \frac{1}{T-1} \cdot \sum_{t=1}^T \left(r_t^B - \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T r_t^B \right)^2 . \end{aligned} \quad (51)$$

Die Kovarianz $\sigma_{\eta\zeta}^2$ wird analog geschätzt durch

$$\hat{\sigma}_{\eta\zeta}^2 = \frac{1}{T-1} \cdot \sum_{t=1}^T \left(r_t^A - \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T r_t^A \right) \cdot \left(r_t^B - \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T r_t^B \right) . \quad (52)$$

Als Stichprobe werden die 323 annualisierten monatlichen Renditen des DAFOX bzw. des REXP vom Februar 1967 bis zum Dezember 1993 verwendet. Die Ergebnisse der Schätzung sind (auf fünf Stellen nach dem Komma gerundet):

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_{\eta}^2 &= 0,31923 \text{ p.a.} \\ \hat{\sigma}_{\zeta}^2 &= 0,01817 \text{ p.a.} \\ \hat{\sigma}_{\eta\zeta}^2 &= 0,02357 \text{ p.a.} \end{aligned} \quad (53)$$

Damit beträgt der Korrelationskoeffizient:

$$\rho_{\eta\zeta} =: \frac{\hat{\sigma}_{\eta\zeta}^2}{\sqrt{\hat{\sigma}_{\eta}^2 \cdot \hat{\sigma}_{\zeta}^2}} = 0,30946 \quad (54)$$

Da der effiziente Rand für zehnjährige Durchschnittsrenditen berechnet werden soll, ist in den Formeln (41) und (42) $N = 120$ einzusetzen. Die folgende Tabelle stellt die Schätzungen der Standardabweichungen $\sigma_{A,N}$ und $\sigma_{B,N}$ sowie der Kovarianzen $\sigma_{A,B}^2$ aufgrund von (41) und (42) für verschiedene Werte von N dar (jeweils p.a.):

Tabelle 1

P	12	24	36	120
$\sigma_{A,P}$	0,16310	0,11533	0,05158	0,03647
$\sigma_{B,P}$	0,03890	0,02751	0,02246	0,00870
$\sigma_{AB,P}^2$	0,001964	0,000982	0,000196	0,000098

Der Korrelationskoeffizient $\rho_{AB,N}$ beträgt unabhängig von N 0,30946.

Als Schätzung für $\mu^A = \mu_{N}^A$ bzw. $\mu^B = \mu_{N}^B$ verwenden wir die jeweiligen Stichprobenmittel im Beobachtungszeitraum, also:

$$\begin{aligned}\hat{\mu}^A &= \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T r^A_t = 0,10659 \text{ p.a.} \\ \hat{\mu}^B &= \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T r^B_t = 0,07514 \text{ p.a.} \end{aligned} \quad (55)$$

Nun verfügen wir über alle Bausteine, um den effizienten Rand für 10-jährige

arithmetische Durchschnittsrenditen berechnen zu können.

Der nächste Schritt ist die Formulierung der Mindestrendite-Restriktionen, welche sich aus den oben diskutierten kritischen Niveaus ableiten lassen. Diese Niveaus waren für ein-, zwei- und dreijährige arithmetische Durchschnittsrenditen bestimmt worden. Die Forderung, daß eine arithmetische Durchschnittsrendite über N Perioden ein kritisches Niveau L höchstens mit einer Wahrscheinlichkeit v_L unterschreiten soll, führt unter der Annahme von normalverteilten Periodenrenditen zu linearen Restriktionen bezüglich μ_N und σ_N . Konkret ergibt sich, falls die Periodenrenditen R_t unabhängig normalverteilt sind mit Erwartungswert μ und Standardabweichung σ und wenn wir das $(1-v)$ -Quantil der Normalverteilung mit N , bezeichnen⁴³⁾:

$$\begin{aligned}
 P\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_{t_0+i} < L\right) &\leq v_L \Leftrightarrow \\
 P\left(\frac{\bar{R}_N - \mu_N}{\sigma_N} < \frac{L - \mu_N}{\sigma_N}\right) &\leq v_L \Leftrightarrow \\
 \frac{\mu_N - L}{\sigma_N} &\geq N_v \Leftrightarrow \\
 \mu_N &\geq L + N_v \cdot \sigma_N \Leftrightarrow \\
 \mu &\geq L + N_v \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}} .
 \end{aligned}
 \tag{56}$$

Wollen wir eine solche Restriktion in Termini der Momente von 10-jährigen Durchschnittsrenditen darstellen, und gehen wir wieder von Monatsperioden aus, so beachten wir die Beziehung

$$\sigma_{120} \cdot \sqrt{120} = \sigma_N \cdot \sqrt{N} .
 \tag{57}$$

Damit folgt aus (56) die äquivalente Restriktion

43) Vgl. beispielsweise Albrecht (1993).

$$\mu_{120} (= \mu_N = \mu) \stackrel{!}{\geq} L + N_v \cdot \sigma_{120} \cdot \frac{\sqrt{120}}{\sqrt{N}} . \quad (58)$$

Nun ist noch zu beachten, daß im allgemeinen die Unterschreitung der verschiedenen kritischen Niveaus verschieden starke Sanktionen für das Versicherungsunternehmen auslöst. Konsequenterweise wird man deshalb einem Niveau wie dem einperiodigen Ruin einen anderen Stellenwert einräumen wie beispielsweise dem Niveau, welches sich auf einen nicht mehr zu erbringenden Finanzierbarkeitsnachweis bezieht. Dies legt es nahe, für das Unterschreiten der "wichtigeren" kritischen Niveaus geringere tolerierbare Wahrscheinlichkeiten vorzugeben als in den anderen Fällen.

Gehen wir davon aus, daß die gerade noch tolerierbaren Wahrscheinlichkeiten eines Unterschreitens der verschiedenen kritischen Niveaus wie folgt angesetzt werden:

$$\nu(\text{ER}) := 0,002,$$

$$\nu(\text{D}) := 0,01,$$

$$\text{sowie } \nu(R_i) = \nu(F_i) := 0,05 \text{ für } i = 1,2,3.$$

Dann konkretisiert sich (58) zu den Restriktionen:

$$\begin{aligned} \mu_{120} &\stackrel{!}{\geq} L(\text{ER}) + 2,88 \cdot \sigma_{120} \cdot \sqrt{\frac{120}{12}} \\ \mu_{120} &\stackrel{!}{\geq} L(\text{D}) + 2,327 \cdot \sigma_{120} \cdot \sqrt{\frac{120}{12}} \\ \mu_{120} &\stackrel{!}{\geq} L(R_i) + 1,645 \cdot \sigma_{120} \cdot \sqrt{\frac{120}{12 \cdot i}} \quad (i=1,2,3) \\ \mu_{120} &\stackrel{!}{\geq} L(F_i) + 1,645 \cdot \sigma_{120} \cdot \sqrt{\frac{120}{12 \cdot i}} \quad (i=1,2,3) . \end{aligned} \quad (59)$$

Die kritischen Niveaus werden zunächst mit den in den vorhergehenden Ab-

schnitten berechneten Zahlenwerten angesetzt, insbesondere wird also ein Verhältnis der Stillen Reserven in den Kapitalanlagen zum Buchwert der gesamten Kapitalanlagen von 10 % angenommen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit stellt das folgende Schaubild zunächst nur die ersten beiden Restriktionen zusammen mit dem effizienten Rand für 10-jährige arithmetische Durchschnittsrenditen dar. Zunächst die Situation vor Transformation der dritten Lebensrichtlinie:

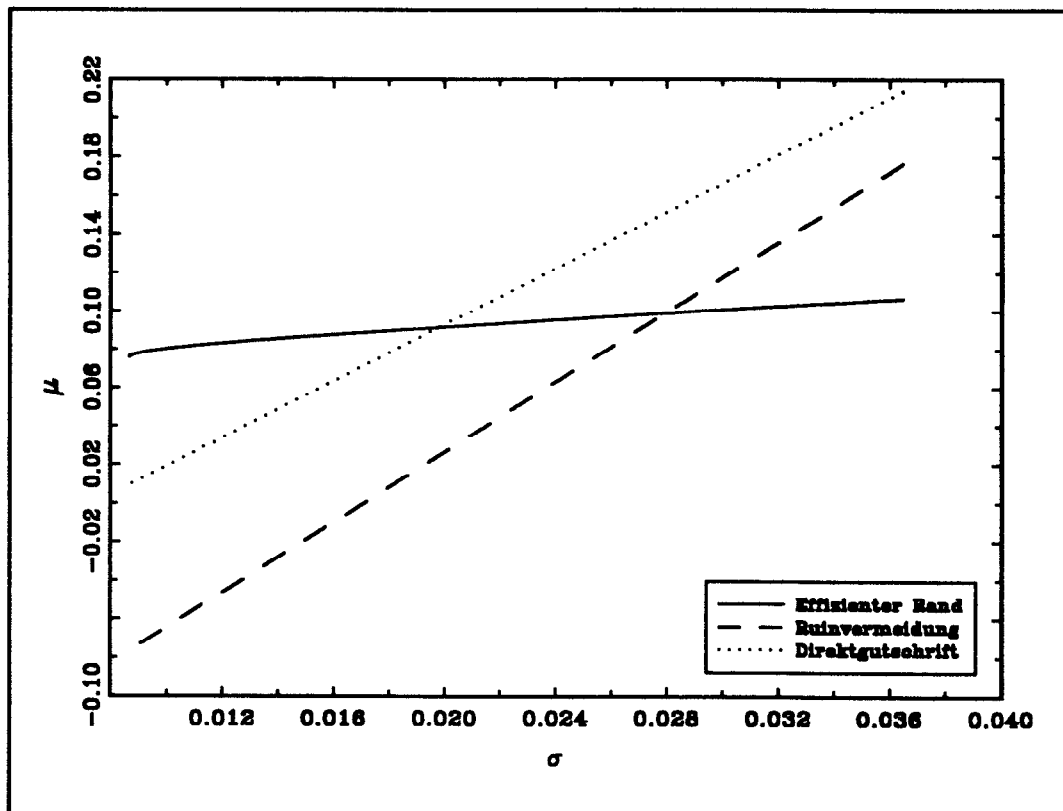


Abb. 1: Restriktionen aus der Ruinvermeidung und der Direktgutschrift

Die durch Variation des Aktien-Anleihen-Mix erreichbaren μ - σ -Kombinationen werden durch die gepunktete Effizienzlinie begrenzt. Die μ - σ -Kombinationen, welche eine Einhaltung der jeweiligen Restriktion gewährleisten, liegen überhalb bzw. links der entsprechenden Restriktionsgeraden. Der Schnittpunkt der Restriktionsgeraden mit der Effizienzlinie markiert demgemäß die μ - σ -Kombination des Aktien-Anleihen-Mix, welcher den maximal erzielbaren erwarteten Ertrag bei gerade noch tolerierbarem Risiko verspricht.

Man erkennt im obigen Schaubild, daß die Restriktion aus der Ruinvermeidung nicht bindend ist. Dies ändert sich auch nicht, wenn man die Situation nach Transformation der dritten Lebensrichtlinie in Form eines auf 4 % gestiegenen Zinssatzes für die Berechnung der Deckungsrückstellung berücksichtigt:

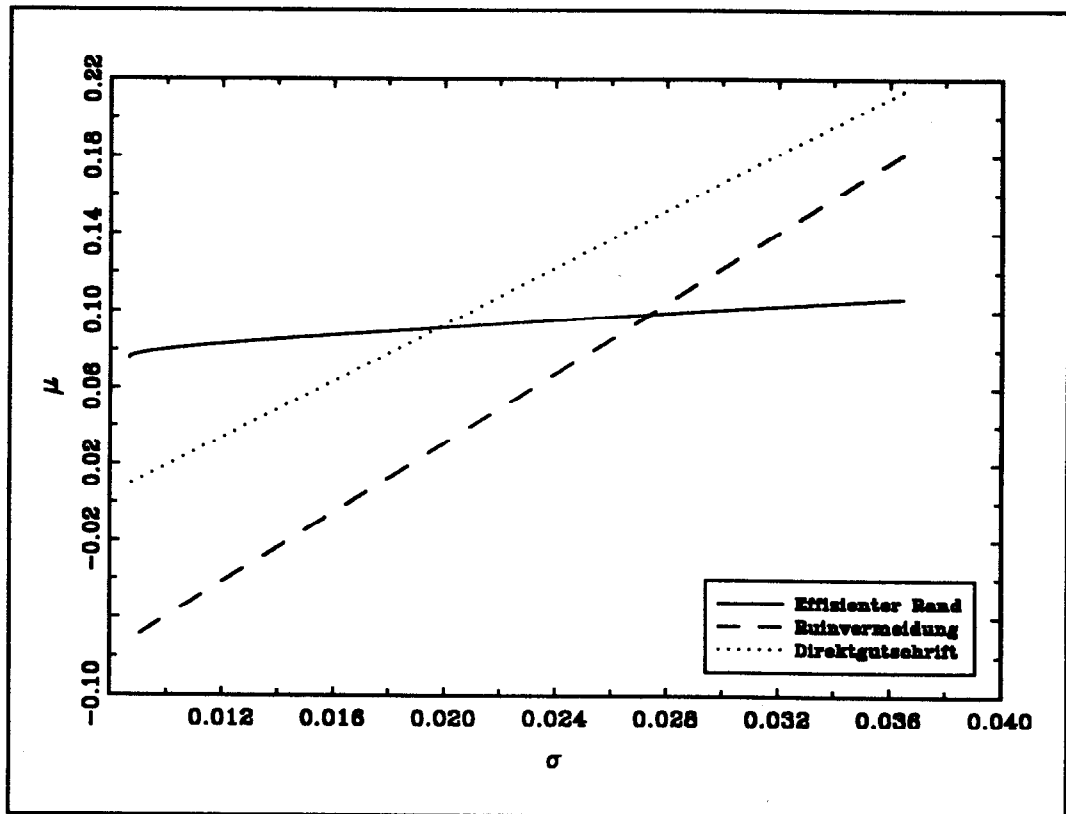


Abb. 2: Restriktionen aus der Ruinvermeidung und der Direktgutschrift bei $r_1 = 4\%$

Das nächste Schaubild zeigt die drei mit der Rückgewährquote assoziierten Restriktionen:

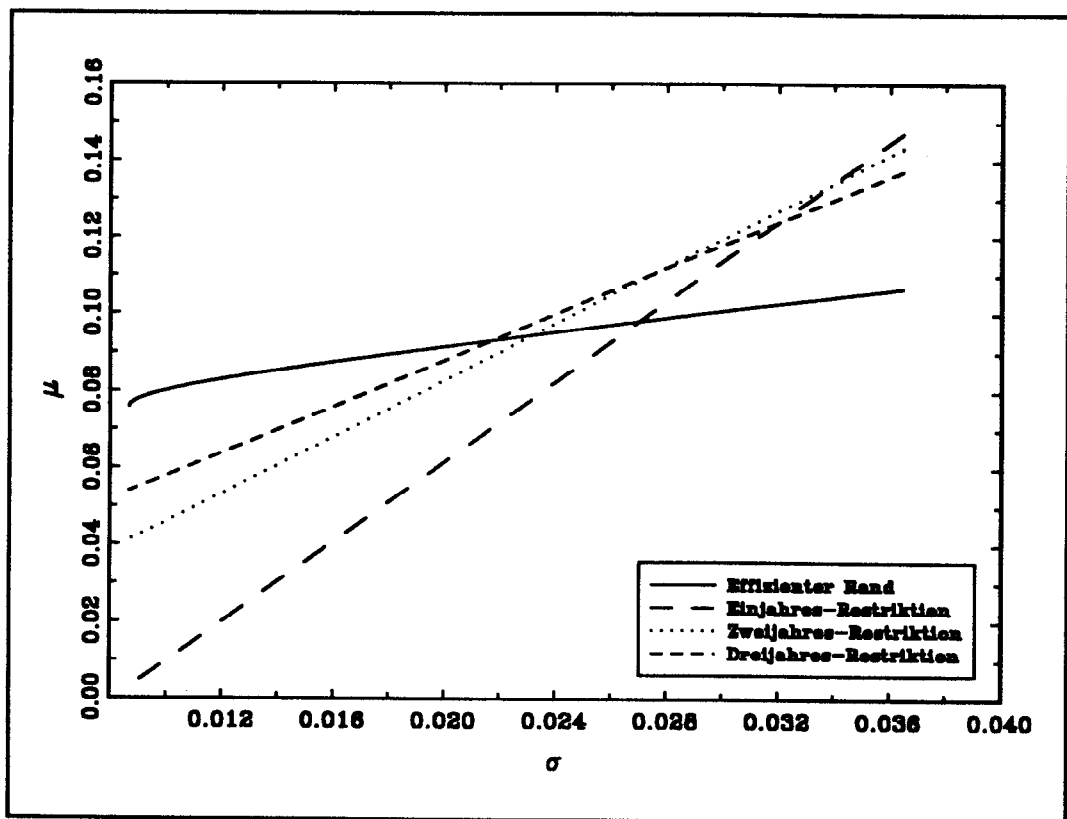


Abb. 3: Restriktionen aus der Rückgewährquote

Hier erweist sich die Restriktion bezüglich der Einhaltung der Rückgewährquote über die drei nächsten Geschäftsjahre als bindend. Schließlich die drei Restriktionen aus dem Finanzierbarkeitsnachweis:

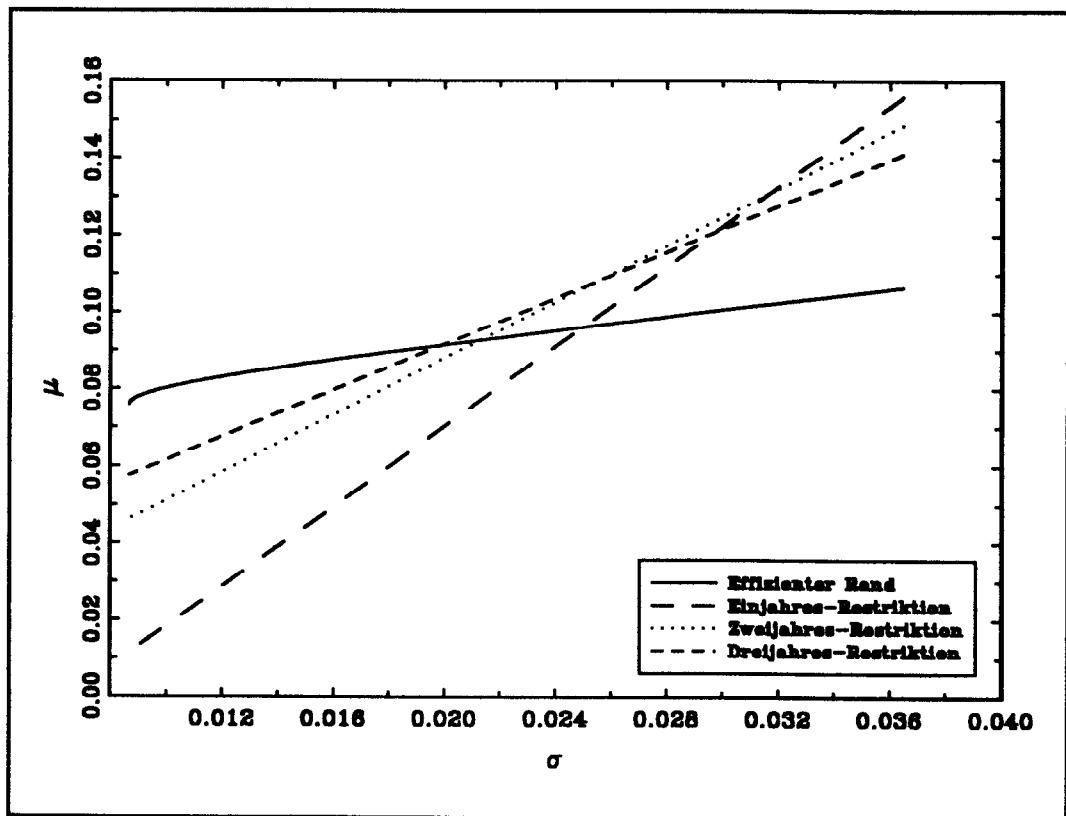


Abb. 4: Restriktionen aus dem Finanzierbarkeitsnachweis

Wiederum ist die Restriktion bezüglich dem Nachweis der Finanzierbarkeit über die drei nächsten Geschäftsjahre bindend.

Um festzustellen, welche der insgesamt acht Restriktionen die stärkste Beschränkung des erwarteten Ertrags bewirkt, berechnet man die Schnittpunkte der drei als bindend erkannten Restriktionen mit der Effizienzlinie. Die jeweiligen μ - σ -Kombinationen der Schnittpunkte sowie die korrespondierenden maximalen

Aktienanteile sind der folgenden Tabelle zu entnehmen:

Tabelle 1:

	Direktgutschrift	Rückgewährquote	Finanzierbarkeitsnachweis
Standardabweichung	1,975 %	2,168 %	1,984 %
Erwartungswert	9,121 %	9,307 %	9,131 %
maximaler Aktienanteil	51,1 %	57,0 %	51,4 %

Insgesamt erweist sich also die Restriktion bezüglich der Direktgutschrift als bindend. In der vorliegenden Situation wird der Handlungsspielraum bei der Asset Allocation durch das Wegfallen der bisherigen Restriktion bezüglich der Rückgewährquote durch die Transformation der dritten Lebensrichtlinie nicht vergrößert. Es sei jedoch angemerkt, daß es sich hierbei nur um eine Tendenzaussage handeln kann, da extreme Situationen denkbar sind, in denen die Restriktionen aus der Rückgewährquote (vor der Transformation) bindend sein können⁴⁴⁾.

Die obigen Rechnungen basierten auf einem Verhältnis von Stillen Reserven in den Kapitalanlagen zum Buchwert sämtlicher Kapitalanlagen in Höhe von 10 %. Sind die Stillen Reserven erheblich geringer, so existiert unter Umständen kein Schnittpunkt einiger Restriktionen mit der Effizienzlinie. Dies bedeutet, daß in der zugrundegelegten Konstellation keine Asset Allocation möglich ist, welche die angestrebten Shortfall-Wahrscheinlichkeiten gewährleistet. Geht man beispielsweise von einem Verhältnis der Stillen Reserven in den Kapitalanlagen zum Buchwert aller Kapitalanlagen von lediglich 4 % aus, so resultiert bezüglich der Restriktionen aus dem Finanzierbarkeitsnachweis die Situation des folgenden Schaubildes:

44) Eine solche extreme Situation wäre beispielsweise gegeben, wenn das betreffende Unternehmen bereits durch sehr unbefriedigende Rückgewährquoten der beiden Vorjahre belastet ist.

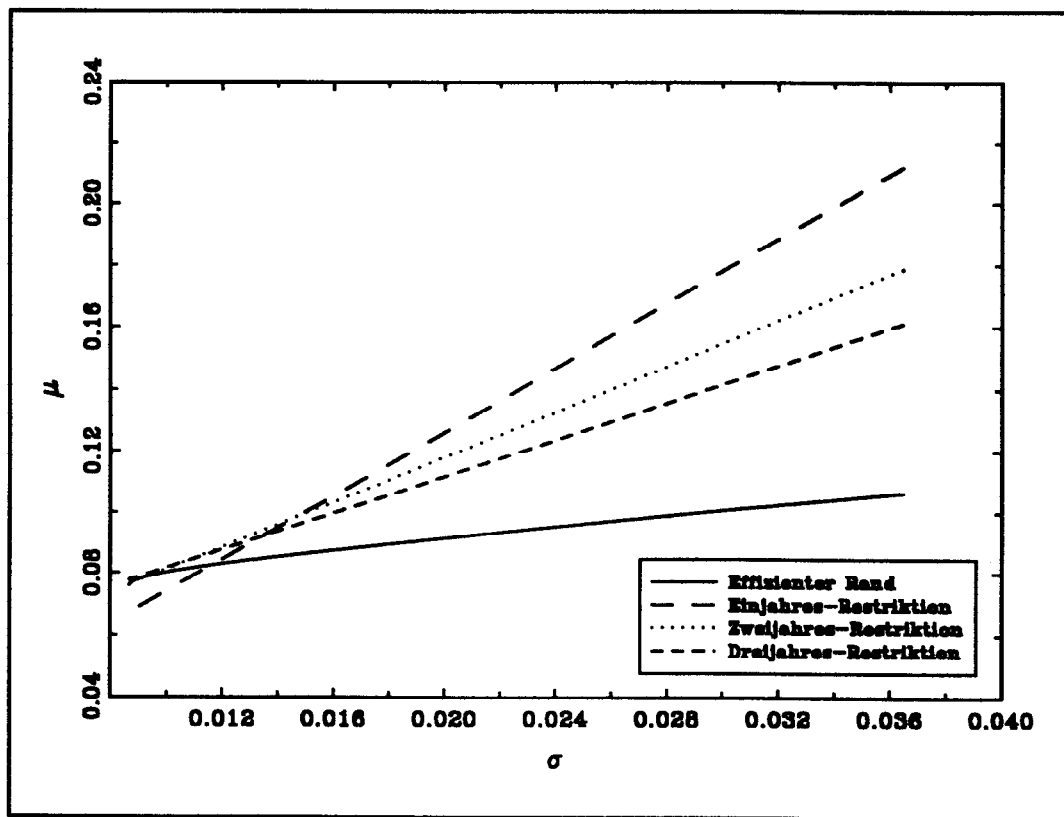


Abb. 5: Restriktionen aus dem Finanzierbarkeitsnachweis ($S_0/B_0 = 4 \%$)

Selbst wenn der Aktienanteil auf 0 % gesenkt wird, können die zwei- und dreijährigen Restriktion nicht erfüllt werden. Will das Unternehmen an einer Shortfallwahrscheinlichkeit von 5 % bezüglich dieser Restriktionen festhalten, so bleibt nur die Möglichkeit, niedrigere Überschußanteilssätze zu deklarieren, so daß der Sollzins, der in den obigen Rechnungen 6,5 % betrug, einen niedrigeren Wert annimmt⁴⁵⁾. Bei einem Sollzins von 6 % ergibt sich die folgende Situation:

45) Dies wird das Unternehmen selbstverständlich nur dann in Erwägung ziehen, wenn die gegenüber der obigen Rechnung ermäßigten Überschußanteilssätze nicht unter den bisher deklarierten Überschußanteilssätzen liegen.

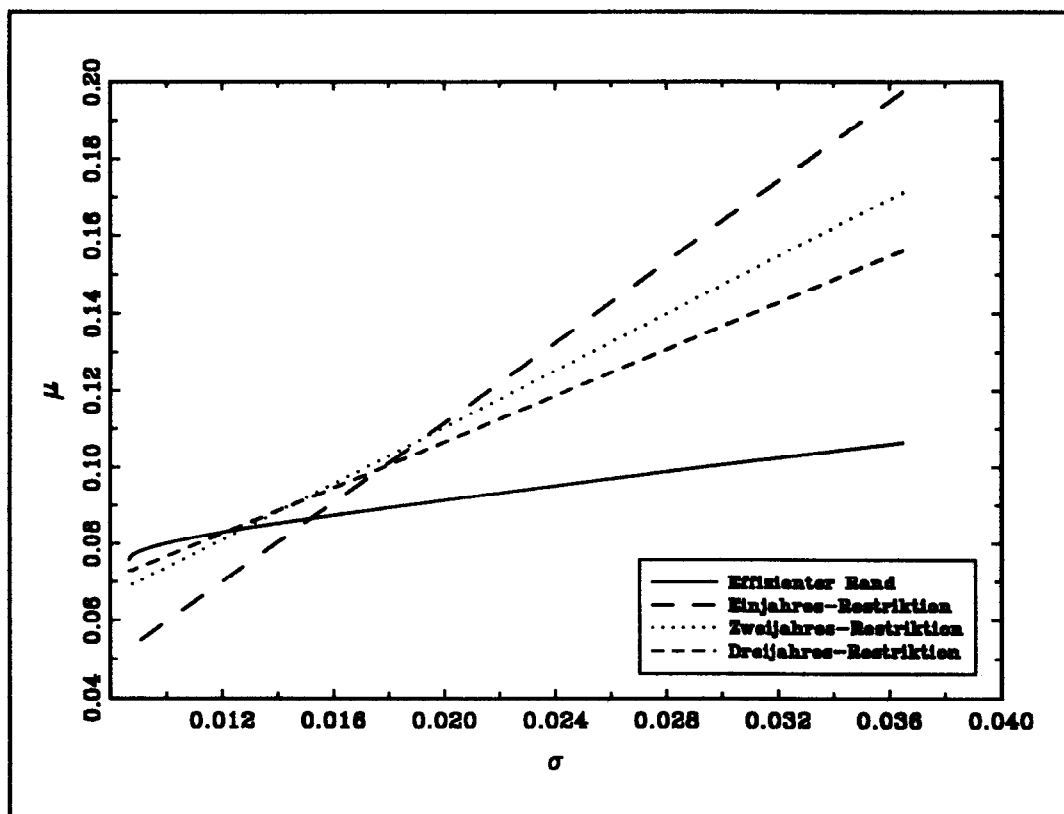


Abb. 6: Restriktionen aus dem Finanzierbarkeitsnachweis ($S_0/B_0 = 4 \%$, $i^* = 6 \%$)

Das entsprechende Schaubild für die Restriktionen aus der Direktgutschrift und der einperiodigen Ruinvermeidung sieht wie folgt aus:

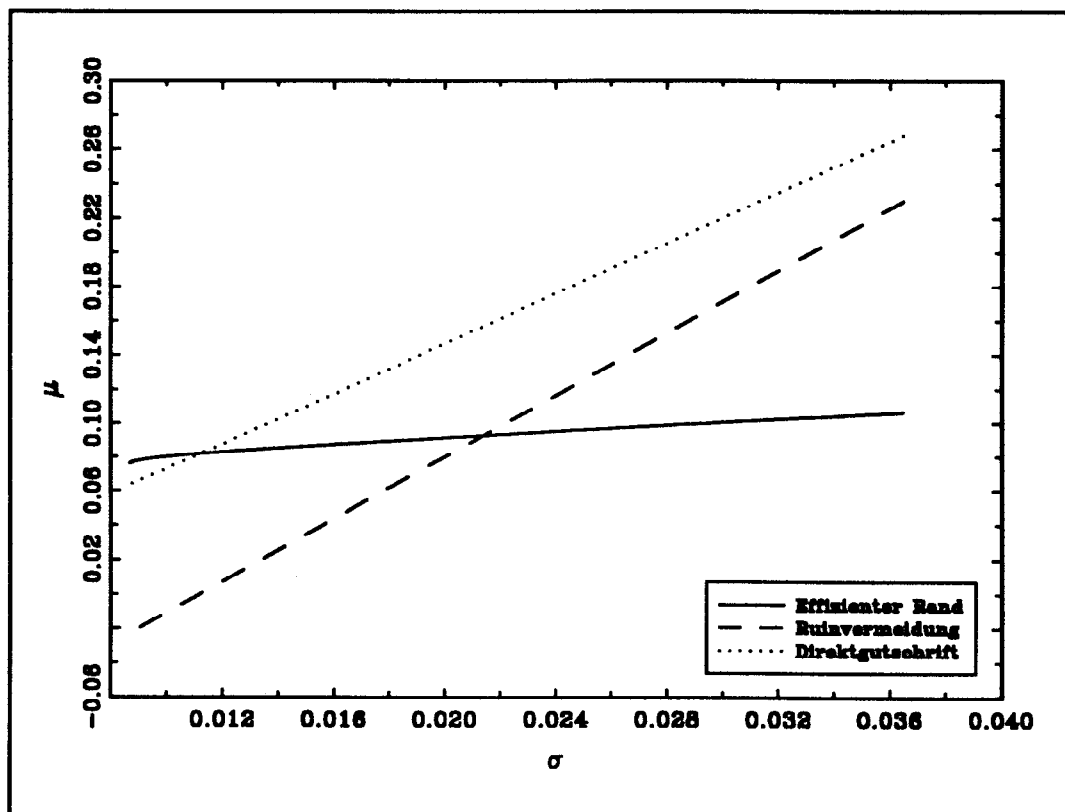


Abb. 7: Restriktionen aus der einperiodigen Ruinvermeidung und der Direktgutschrift ($S_0/B_0 = 4\%$, $i^* = 6\%$)

Für die Restriktionen aus der Rückgewährquote ergibt sich:

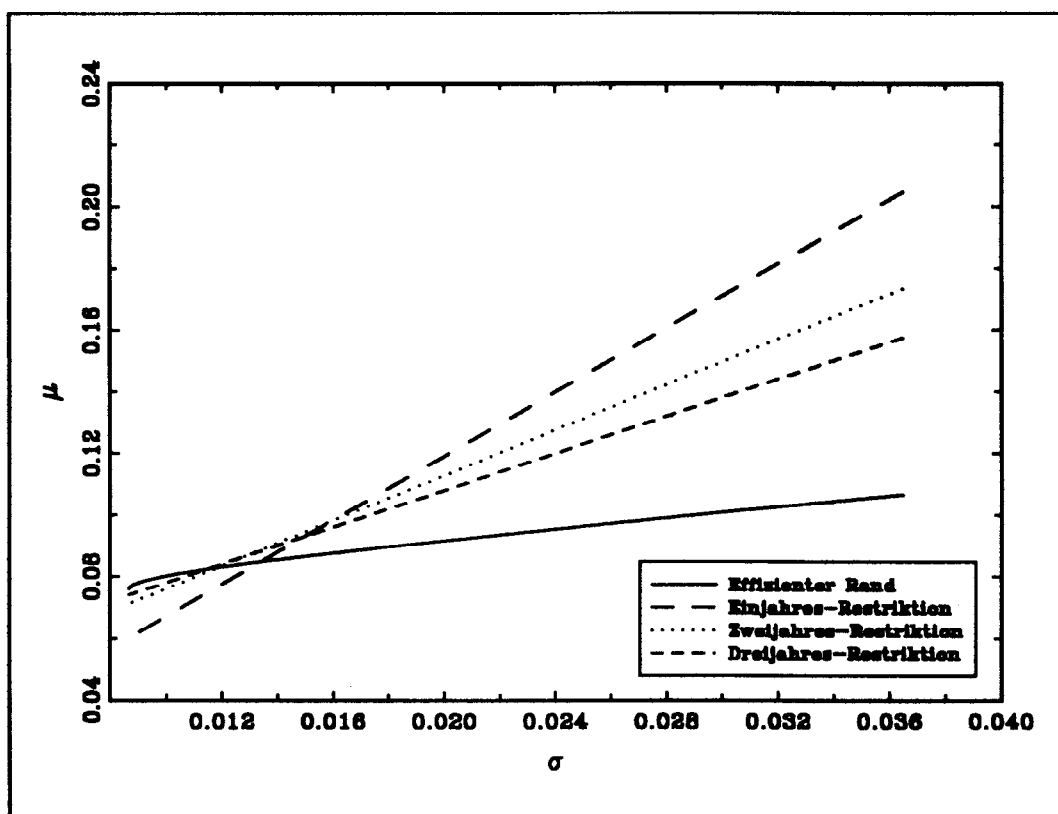


Abb. 8: Restriktionen aus der Rückgewährquote ($S_0/B_0 = 4 \%$, $i^* = 6 \%$)

Die jeweiligen μ - σ -Kombinationen der Schnittpunkte sowie die korrespondierenden maximalen Aktienanteile sind der folgenden Tabelle zu entnehmen:

Tabelle 2 ($S_0/B_0 := 4 \%$):

	Direktgutschrift	Rückgewährquote	Finanzierbarkeitsnachweis
Standardabweichung	1,105 %	1,142 %	1,215 %
Erwartungswert	8,174 %	8,224 %	8,319 %
maximaler Aktienanteil	21,0 %	22,6 %	25,6 %

Insgesamt erweist sich die Restriktion aus der Direktgutschrift als bindend. Der maximale Aktienanteil ist gegenüber der Situation bei einem Verhältnis der Stillen Reserven zum Buchwert der gesamten Kapitalanlagen (S_0/B_0) von 10 % deutlich vermindert. Dies verdeutlicht den intuitiv einleuchtenden Sachverhalt,

daß ein geringeres Sicherheitskapital eine vorsichtigere Anlagepolitik erfordert, wenn das Sicherheitsniveau beibehalten werden soll. Die maximalen Aktienanteile sowie die maximal erzielbaren Erwartungswerte⁴⁶⁾ bei Berücksichtigung der jeweils insgesamt bindenden Restriktion⁴⁷⁾ bei einer Variation von S_0/B_0 sind in der folgenden Tabelle zusammengefaßt:

Tabelle 3:

S_0/B_0	maximaler Aktienanteil	maximaler Erwartungswert
4 %	21,0 %	8,174 %
5 %	27,4 %	8,376 %
6 %	32,8 %	8,546 %
7 %	37,8 %	8,703 %
8 %	42,5 %	8,851 %
9 %	46,9 %	8,989 %
10 %	51,1 %	9,121 %

5 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit stellt eine praktikable Umsetzung des Shortfall-Ansatzes für die Asset Allocation-Entscheidung von Lebensversicherungsunternehmen dar. In der unterstellten Konstellation hatten die Änderungen durch die Transformation der dritten Lebensrichtlinie (Erhöhung des maximalen Zinssatzes zur Berechnung der Deckungsrückstellung und Wegfall der Rückgewährquote bisheriger Art) keine Auswirkung auf die maximalen Aktienanteile und die maximal erzielbaren Erwartungswerte. Dies lag daran, daß die betroffenen Restriktionen sich nicht als bindend erwiesen hatten. Weiterhin zeigte sich die überragende Bedeutung der vorhandenen stillen Reserven für die Kapitalanlagepolitik: Bei einem

46) Es sei angemerkt, daß es sich hierbei um den erwarteten Ertrag in Marktwerten handelt. Die Entwicklung der bilanziellen Rendite ist demgegenüber von der Stille-Reserven-Politik abhängig.

47) Hierbei handelte es sich jedesmal um die Restriktion aus der Direktgutschrift.

hohen Anteil stiller Reserven kann eine aggressivere Asset Allocation mit höherem Aktienanteil gefahren werden, die bei gleichem Sicherheitsniveau einen höheren erwarteten Ertrag verspricht. Damit gilt auch bezüglich der Anlagepolitik:

"Quod licet Iovi non licet bovi".

Literaturverzeichnis

Albrecht, Peter (Albrecht, 1994): Zur Konzeptualisierung von Risiko und Chance mit Anwendungen in den Finanz- und Versicherungsmärkten, in: Festschrift für Egon Lorenz zum 60. Geburtstag, Ulrich Hübner, Elmar Helten, Peter Albrecht (Hrsg.), Karlsruhe 1994, S. 1-22.

Albrecht, Peter (Albrecht, 1993): Normal and Lognormal Shortfall-Risk, in: Actuarial Approach for Financial Risks, Proceedings of the 3rd AFIR International Colloquium, Rom 1993, Vol. 2, S. 417 - 430.

Claus, Gottfried (Claus1994): Künftige Aufsichtspraxis nach Umsetzung der 3. Lebensrichtlinie - eine Betrachtung aus Sicht des BAV, Münchener Blätter zur Versicherungsmathematik, Heft 26, Februar 1994

Feilmeier, M. (Feilmeier, 1979): Zur Finanzierbarkeit der Überschußbeteiligung in der Lebensversicherung - Grundsätzliches und Pragmatisches, in: Blätter der DGVM, 1979, S. 337-357

Geschäftsberichte des Bundesaufsichtsamtes für das Versicherungswesen (GB BAV) für die Geschäftsjahre 1975, 1990 und 1991

Gessner, P. (Gessner, 1978): Überschußkraft und Gewinnbeteiligung in der Lebensversicherung, Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik, Heft 7, 1978

Gießelbach, A. (Gießelbach, 1989): Strategien mit Aktienindex-Instrumenten, Berlin 1989

Göpl, Hermann / Heinrich Schütz (Göpl/Schütz, 1992): Die Konzeption eines Deutschen Aktienindex für Forschungszwecke (DAFOX), Institut für Entscheidungstheorie und Unternehmungsforschung, Universität Karlsruhe, Diskussionspapier Nr. 162, Dezember 1992

Hagelschuer, Paul (Hagelschuer, 1987): Lebensversicherung, 2. Aufl., Wiesbaden 1987

Isenbart, Fritz/ Hans Münzner (Isenbart/Münzner, 1987): Lebensversicherungsmathematik für Praxis und Studium, 2.Aufl., Wiesbaden 1987

Janßen, Birgit / Bernd Rudolph (Janßen/Rudolph, 1992): Der Deutsche Aktienindex DAX, Konstruktion und Anwendungsmöglichkeiten, Frankfurt am Main 1992

Leibowitz, Martin L. / Stanley Kogelman / Lawrence N. Bader (Leibowitz/-Kogelman/Bader, 1992a): Risk-adjusted Surplus - A new Measure of Pension Fund Risk, in: Journal of Investing, Fall 1992, S. 7 - 14

- Leibowitz, Martin L. / Stanley Kogelman / Lawrence N. Bader (Leibowitz/-Kogelman/Bader, 1992b): Asset Performance and Surplus Control - A Dual-Shortfall Approach, in: Active Asset Allocation, Robert D. Arnott/Frank J. Fabozzi (Hrsg.), Chicago 1992
- Leibowitz, Martin L. / Stanley Kogelman (Leibowitz/Kogelman, 1991a): Return Enhancement from "Foreign" Assets - A new Approach to the Risk/Return Trade off, in: Journal of Portfolio Management, Summer 1991, S. 5 - 13
- Leibowitz, Martin L. / Stanley Kogelman (Leibowitz/Kogelman, 1991b): Asset Allocation under Shortfall Constraints, in: Journal of Portfolio Management, Winter 1991, S. 18 - 23
- Leibowitz, Martin L. / T. C. Langetieg (Leibowitz/Langetieg, 1990): Shortfall Risks and the Asset Allocation Decision, in: Managing Institutional Assets, Frank J. Fabozzi (Hrsg.), New York 1990, S. 35 - 63
- Leibowitz, Martin L. / Roy D. Henriksson (Leibowitz/Henriksson, 1989): Portfolio Optimization with Shortfall Constraints - A Confidence-Limit Approach to Managing Downside Risk, in: Financial Analysts Journal, March/April 1989, S. 34 - 41
- McKinsey&Co./Wilhelm Seuss (McKinsey/Seuss, 1993): Jahrbuch der Lebensversicherungen 1993, Stuttgart 1993
- Mella, Frank (Mella, o. J.): Deutscher Rentenindex - REX, Broschüre der Frankfurter Wertpapierbörse AG
- Reichel, Georg (Reichel, 1987): Grundlagen der Lebensversicherungsmathematik, Wiesbaden 1987
- Sendelbach, Claus/ Simone Schell (Sendelbach/Schell, 1993): Indices für den deutschen Rentenmarkt, in: Die Bank, Mai 1993, S. 283-286
- Seuß, Wilhelm (Seuß, 1967): Versicherung als Geldanlage, 2. Aufl., München 1967
- Tröblinger, A. (Tröblinger, 1979): Nachweis der Finanzierbarkeit der Überschußbeteiligung in der Lebensversicherung, in: Blätter der DGVM, 1979, S. 365-377
- Weigel, H.-J. (Weigel, 1991): Die Kapitalanlagen der deutschen Lebensversicherer im Spannungsverhältnis zwischen Mathematik, Rendite und Anlagequalität, in: Versicherungen in Europa heute und morgen, Festschrift Georg Büchner, F. W. Hopp/ G. Mehl (Hrsg.), Karlsruhe 1991, S. 539-549
- Wolfsdorf, Kurt (Wolfsdorf, 1986): Versicherungsmathematik - Teil 1: Personenversicherung, Stuttgart 1986